Artículo

Formación de cartera de bonos en el mercado financiero argentino

Bond Portfolio Formation in the Argentine Market

Alejandro Ramón Bartolomeo

Facultad de Ciencias Económicas, UNCUYO

alejandro.bartolomeo@fce.uncu.edu.ar

Gustavo Raúl Machín Urbay

Facultad de Ciencias Económicas, UNCUYO

gustavo.machin@fce.uncu.edu.ar

María Verónica Segura

Facultad de Ciencias Económicas, UNCUYO

veronica.segura@fce.uncu.edu.ar

Resumen

El presente artículo tratará de dilucidar los principales criterios que existen en la formación de carteras de instrumentos de renta fija. Al respecto, se utilizarán los enfoques tradicionales que la bibliografía sobre el tema utiliza. No obstante, se ensayará alguna otra propuesta que pueda considerarse factible, oportuna y original. Para poder realizar tal objetivo, se plantearán, de acuerdo al tratamiento tradicional, los conceptos de Duración, Duración Modificada, Convexidad e Inmunización. Cabe aclarar al respecto, que estos conceptos han sido abordados con un enfoque basado en las herramientas que ofrece el Análisis Matemático. Esta visión no suele encontrarse en los textos, por lo general relacionados con las Finanzas. Se cree que es un aporte clarificador y de carácter fundamental, para lograr una adecuada comprensión de la naturaleza y sobre todo de las limitaciones de las herramientas utilizadas en la confección de carteras de Bonos. Para finalizar, el artículo recurre a ejemplos de carteras utilizando Bonos existentes en el mercado argentino al momento de su redacción.

Palabras claves: bonos, duración, convexidad, inmunización.
Código JEL: C02, G10, G11, G12.

Abstract

This article will try to analyze the main criteria that exists in fixed income instruments of the portfolio management. In this regard, the traditional criteria that the bibliography used to have will be taken into account. However, some other original proposal that can be considered feasible and timely will be tested. In order to achieve this objective, the concepts of Duration, Modified Duration, Convexity and Immunization will be considered according to traditional treatment. It should be clarified that these concepts have been approached based on the tools offered by Mathematical Analysis. This approach is not usually found in the texts, usually related to Finance. It is believed to be a clarifying contribution. It will be able to achieve an adequate understanding of the nature and, above all, the tools limitations used in the preparation of Bond portfolios. Finally, the article uses examples of portfolios using existing bonds in the Argentine market at the time of writing the article.

Keywords: bonds, duration, convexity, immunization.
JEL Codes: C02, G10, G11, G12.

Fecha de recepción: 13/02/2019 - Fecha de aceptación: 22/05/2019

El tema de la administración de cartera de bonos ofrece una serie de interrogantes que siempre es un desafío responder. Lograr la eficiencia en este tipo de inversiones, para así obtener, los mejores resultados posibles y que estos no sean medidos en términos de rentabilidad solamente, exige un análisis basado en diferentes criterios que resultan interesantes y muchas veces implican un desafío.

El objetivo del presente trabajo es explorar los criterios en base a los cuales podrían tomarse mejores decisiones respecto de la formación de carteras de bonos. También se busca subrayar qué criterios prevalecen y cuáles son redundantes o directamente desechables. Como punto de partida se pretende analizar y definir los conceptos primordiales para la inversión en bonos (Duración, Duración Modificada, Convexidad e Inmunización). Sentadas las bases conceptuales, se procederá a aplicarlos a la formación de carteras de bonos en el mercado financiero argentino en la actualidad.

El artículo comienza desarrollando los conceptos fundamentales a utilizar en la confección de carteras de Bonos. Al respecto, los conceptos de Duración, Duración Modificada, Convexidad e Inmunización de Carteras son reproducidos teniendo en cuenta su conceptualización tradicional. No obstante, se ensaya un enfoque más estricto, apelando a la teoría que brinda el análisis matemático tradicional. Quizás este enfoque, si se quiere «más matemático» que lo que se suele encontrar en los textos de finanzas, pueda aportar un sustento de carácter científico a los conceptos utilizados, que pueda ser de utilidad al abordarlos. La base analítico-matemática utilizada, se cree que puede permitir una mejor comprensión de ellos. Al respecto, se usa la fórmula de Taylor (Rabuffetti, 1997), para aproximar una función mediante polinomios. Con su desarrollo, se logran identificar los conceptos de Duración, Duración Modificada y Convexidad.

También se explora el concepto de Inmunización de Carteras, comenzando con el análisis tradicional que la doctrina propone. En el presente trabajo se ha abordado la problemática de la confección de carteras de bonos, tomando como punto de partida, las ideas básicas que se manejan en la doctrina clásica sobre la cuestión. Al respecto se pueden señalar los trabajos sobre administración de carteras de bonos, realizados por Alexander, Sharpe y Bailey en su obra *Fundamentos de Inversiones*, (Capítulo 22, pág. 537/571), en donde se sientan las bases de las herramientas usadas para la formación de carteras y cómo se puede realizar empíricamente el proceso de Inmunización de Carteras de Bonos, en búsqueda de neutralizar (o minimizar al menos) los efectos de cambios en la tasa de interés sobre el valor de dichas carteras. El enfoque de los autores citados se basa en la visión tradicional, utilizando dos bonos para lograr la neutralidad de la cartera ante cambios de tasa. En este trabajo se ensayan un par de alternativas adicionales, tratando de dilucidar si es posible (y vale el esfuerzo) encontrar carteras inmunizadas de más bonos y los problemas que tales consideraciones traerían aparejados. Por ello, se utiliza el trabajo de Mascareñas, J. (2016), *La gestión pasiva de las carteras de renta fija*, donde referencia a Fong y Vasicek (1984), con el concepto de Riesgo de Inmunización. Así, se plantea un complemento interesante al desarrollo tradicional del tema, que se tratará de ejemplificar formando carteras de Bonos existentes en el mercado argentino al tiempo de escribir el artículo. Independientemente de este enfoque, también se ensayan algunas otras alternativas, como la confección de carteras de más de dos bonos. Este intento pretende ser original de los autores del presente trabajo. Por lo expuesto, se ensayan sucintamente, algunos criterios adicionales a los que tradicionalmente la bibliografía nos tiene acostumbrados. Podrían citarse la maximización de la convexidad, (de considerarse conveniente) o bien la asignación de cierto porcentaje de inversión mínimo a uno de los bonos componentes de la cartera. Se estudian las posibilidades y pertinencia del desarrollo de estos criterios, con ejemplos de Bonos del Mercado Argentino, existentes al momento de la redacción del artículo.

1. Concepto de bono

Los bonos representan unidades de un empréstito a mediano o largo plazo. El emisor debe pagar a los tenedores (acreedores) el interés estipulado y cancelar el capital en la forma y plazo pactados, es decir, el tenedor del bono sabe cuánto va a cobrar y en qué períodos. Por lo tanto, los bonos son activos financieros que se caracterizan por tener un flujo futuro de amortización y renta conocido al momento de adquirirlo, de acuerdo a sus condiciones de emisión. Se los denomina de renta fija porque tienen un cronograma de pagos predefinido, más allá de que el interés asociado al pago principal pueda ser fijo o variable.

Como se mencionó anteriormente, el titular de un bono (inversor) es un acreedor para el emisor. No obstante, dicha titularidad puede cambiar a través de la negociación en los mercados de capitales, y así otorgar liquidez a la inversión. Quien suscribe un bono en la colocación primaria no tendrá que esperar hasta el vencimiento para cobrarlo, podrá venderlo antes al precio de mercado (cotización) vigente.

Estos instrumentos son emitidos para captar fondos directamente del público inversor. Los principales emisores de bonos son: el Estado nacional (bonos soberanos), las provincias, municipios y las empresas privadas o públicas. En Argentina, el mayor emisor de este tipo de instrumentos financieros es el Estado Nacional, que ha generado una amplia variedad de instrumentos con características particulares en cuanto a las condiciones de emisión.

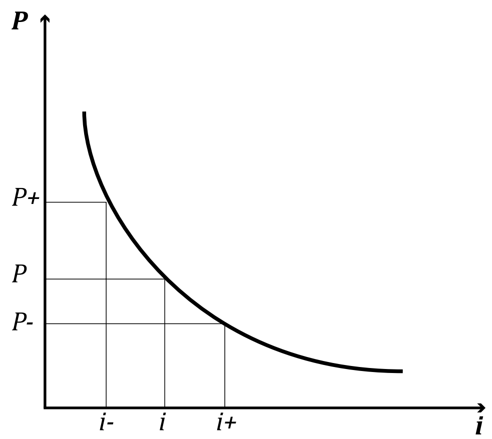
2. La administración de una cartera de bonos

La administración de una cartera de bonos se puede clasificar en activa y pasiva. La primera se basa en el supuesto de que los mercados son ineficientes y existen posibilidades de ganarle e identificar bonos mal valuados. Por otro lado, la administración pasiva de una cartera de bonos se basa en el supuesto contrario, es decir, parte de la idea de que los bonos están bien valuados y por lo tanto no es posible anticiparse al mercado, es decir, predecir la tasa de interés. La administración pasiva da lugar al concepto de *inmunización de una cartera de bonos*, el cual surge de la necesidad de diseñar carteras que protejan al inversor del riesgo de cambio de precio (o cambio de la tasa de interés).

Dado que el precio de un bono puede modificarse durante su vida, se modificará su tasa de interés. Si el precio de mercado de un bono *(P)* aumenta, entonces su tasa *(i)* debe disminuir y viceversa. De hecho ante variaciones iguales en la tasa (positiva o negativa) corresponden variaciones distintas en los precios correspondientes. La relación no es lineal, sino que es convexa, como se observa en la figura nº 1:

Figura nº 1. Relación Tasa-Precio: Convexidad

¿Cómo cambia el precio del bono en función de la tasa?



Un bono es convexo porque su precio reacciona en forma no proporcional ante cambios simétricos en la tasa. Una baja en la tasa genera un incremento de precio proporcionalmente mayor y un incremento en la tasa de igual cuantía en valor absoluto genera una baja de precio proporcionalmente menor. Por lo tanto, si cae la tasa, el precio en valor absoluto aumenta más que lo que disminuiría si sube la tasa. El precio de un bono es el valor actual de su flujo futuro de fondos. Ese valor presente utiliza factores de actualización, que son los responsables de la mencionada no proporcionalidad entre tasa y precio.

Antes de avanzar sobre la técnica de administración de cartera de bonos, conocida como *inmunización*, será necesario desarrollar los conceptos y origen matemático: *Duración y Convexidad*.

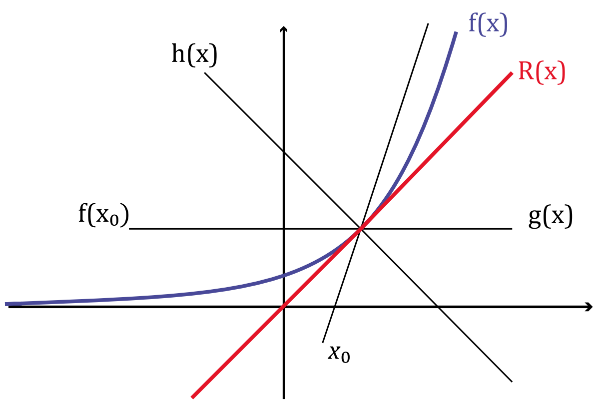
3. Los conceptos de duración, duración modificada y convexidad. Origen y fundamento matemático

En el análisis matemático, los polinomios son las *funciones* continuas más simples para estudiar, porque sus *valores* se pueden calcular efectuando multiplicaciones y adiciones sencillas. Muchas funciones más complejas pueden aproximarse mediante polinomios y estos pueden servir para realizar diversos cálculos cuando la diferencia entre el *valor* real de la función y la aproximación polinómica no es significativa. Entre los métodos existentes para aproximar una función mediante polinomios se estudia la fórmula de Taylor (Rabuffetti, 1997):

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)\,\frac{(x-x_0)}{1!}+f''(x_0)\,\frac{(x-x_0)^2}{2!}+\cdots+f^{(n)}(x_0)\,\frac{(x-x_0)^n}{n!}+Rn$$

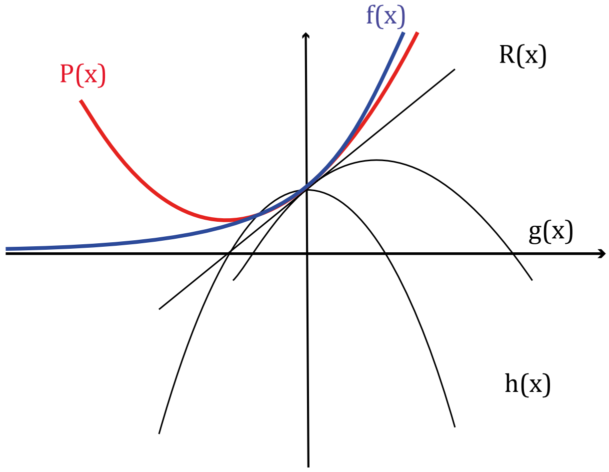
Como se puede apreciar en la figura nº 2, la recta tangente *R* es la mejor aproximación lineal a la gráfica de *f* en las proximidades del punto de tangencia *(xo, f(xo))*. La recta que pasa por este punto tiene la misma pendiente o derivada primera que la curva en ese punto, lo que hace que la recta tangente y la curva sean prácticamente indistinguibles en las cercanías del punto de tangencia. Por lo tanto, de todas las rectas que pasan por el punto, la recta tangente *R* es la que más se parece a la curva *f* cerca del punto.

Figura nº 2. Aproximación de la recta tangente *R* a la curva *f*



Pero, si x se aleja de x_0, este polinomio de primer grado o recta tangente ya no sirve para aproximar, por lo que se puede tratar de encontrar un polinomio de grado dos que permita mejorar este acercamiento. Al observar la figura nº 3, si se buscan todas las parábolas que pasan por $(x_0, f(x_0))$, las que mejor aproximan a la curva son las parábolas tangentes.

Figura nº 3. Aproximación de la parábola P a la curva f



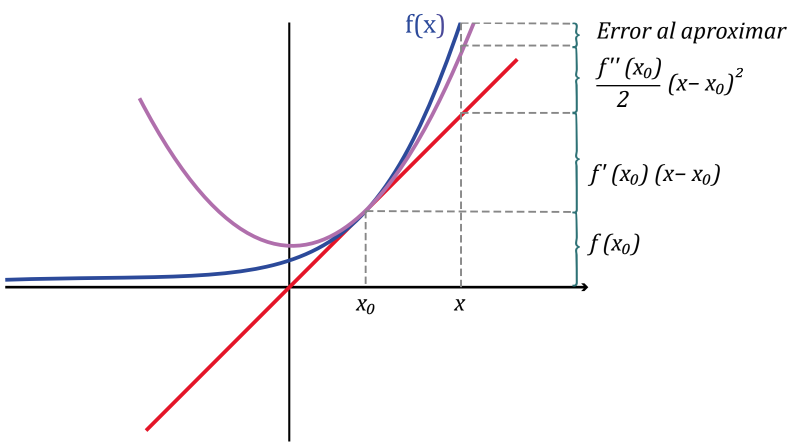
Estas funciones de grado dos tienen ecuación de la forma: $P(x) = a + b\,(x- x_0) + c\,(x- x_0)^2$. Como esta función cuadrática no es única, es necesario encontrar aquella que: pase por el punto $P(x_0) = f\,(x_0)$, tenga la misma primera derivada que asegure el crecimiento de la curva $P'\,(x_0) = f'\,(x_0)$ y la misma derivada segunda que asegure la concavidad

$P''\,(x_0) = f''\,(x_0)$. Por lo que $P(x_0) = a$, $P'(x_0) = b$ y $P''(x_0) = 2c$ y se obtiene: $a = f\,(x_0)$, $b = f\,'\,(x_0)$ y $c = 1/2\, f''(x_0)$. Así, la ecuación de la parábola que mejor aproxima a la curva en las proximidades de $(x_0,f(x_0))$ es la siguiente:

$$P(x)=f(x_0) + f'\,(x_0\,)\,\frac{(x\text{-}x_0)}{1!}+f''\,(x_0)\,\frac{(x\text{-}x_0)^2}{2!}$$

En la figura nº 4, se observan los tres términos de la expresión de esta parábola tangente. Los dos primeros dan la altura sobre la recta tangente y añadiéndole el tercero da, la altura sobre la parábola tangente. También muestra el tamaño del error cometido.

Figura nº 4. Términos de la expresión de la parábola tangente



Por lo que, para valores cercanos a x_0, se cumplirá que si se aumenta el grado del polinomio se mejora la aproximación a la curva. A este problema Taylor le dio respuesta demostrando el teorema cuyo enunciado dice:

Sea f una función con derivada finita de orden $(n+1)$ en todos los puntos de un entorno del punto x_0. Si x es un punto cualquiera de dicho entorno, entonces existe un punto z entre x y x_0, tal que:

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)\frac{(x-x_0)}{1!}+f''(x_0)\frac{(x-x_0)^2}{2!}+\dots+f^{(n)}(x_0)\frac{(x-x_0)^n}{n!}+Rn$$

es un polinomio de Taylor grado n correspondiente a f en el punto a, más un término complementario de la forma:

$$Rn=f^{(n)}(z)\frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}$$

si aplicamos esta fórmula de Taylor para determinar el precio en un momento futuro P_1 en función del factor de riesgo en dicho momento i_1 se obtiene lo siguiente:

$$P_1(i_1)=P_0+P'(i_0)\frac{(i_1-i_0)}{1!}+P''(i_0)\frac{(i_1-i_0)^2}{2!}+\dots$$

Estos primeros términos son utilizados en las finanzas y permiten obtener una buena aproximación de los cambios en el precio de un instrumento en relación al factor de riesgo o tasa. En los instrumentos de renta fija, las dos primeras derivadas determinan la duración y la convexidad de un bono, por lo que se los estudiará a continuación.

Para determinar el precio de un bono ante cambios en la tasa de interés, aplicando la fórmula de Taylor, se utilizan las dos primeras derivadas. Para encontrarlas, se define primero el precio de un bono como el valor actual de los flujos de fondos que se esperan recibir.

$$P=\sum_{j=1}^{n} FF_j.(1+i)^{-j}$$

Donde los símbolos representan las siguientes nociones:

- i: tasa de interés (yield o TIR al vencimiento);
- FF_j : flujo de fondos que produce la inversión en el bono;
- j: momento donde se produce el flujo.

La derivada primera respecto a i: $P'(i)$ mide un cambio en el precio del bono si cambia la tasa de interés o rendimiento requerido. Es decir, mide el efecto de primer orden de un cambio en la tasa de rendimiento.

$$P'(i)=\left[\sum_{j=1}^{n} FF_j(1+i)^{-j}\right]'$$

Si se aplica la derivada de una potencia, propiedades de potenciación y multiplicando por *P/P*, se obtiene lo siguiente:

$$P'(i) = \sum_{j=1}^{n} -j.FF_j.(1+i)^{-j-1}$$

$$P'(i) = \sum_{j=1}^{n} -j.FF_j.(1+i)^{-j}.(1+i)^{-1}.\frac{P}{P}$$

Si se saca factor común -1, invirtiendo el factor $(1+i)^{-1}$, y conmutando, resulta lo subsecuente:

$$P'(i) = -\sum_{j=1}^{n} \frac{j.FF_j.(1+i)^{-j}}{P\cdot(1+i)}.P$$

Es conveniente definir a esta altura; qué es la Duración y cómo se relaciona con esta última ecuación. La Duración o *Macaulay Duration* es una medida del vencimiento promedio del flujo de pagos asociados con un bono. También puede ser definida como el promedio ponderado del lapso de tiempo que resta hasta que se hacen los pagos. Su ecuación es:

$$D = \sum_{j=1}^{n} \frac{j.FF_j.v^j}{P}$$

Donde los símbolos representan las siguientes nociones:

- D: Duración;
- j: cantidad de tiempo hasta que se reciben los flujos de fondos;
- FFj (para j variando desde 1 a n): flujo de fondos que produce la inversión;
- v: factor de actualización a la tasa i. También puede escribirse como $(1+i)^{-1}$;
- P: precio de mercado.

Por otro lado, la Duración se puede considerar como una medida del riesgo (volatilidad) de precio de un bono, es decir, el cambio porcentual en el precio de un bono estará relacionado con su Duración. Se puede reescribir la derivada primera de esta manera:

$$P'(i) = \frac{dP}{di} = -\frac{D}{(1+i)} \cdot P$$

Si la Duración es dividida por $(1+i)$, se la llama Duración Modificada, y resulta en lo siguiente:

$$Dm = \frac{D}{1+i}$$

Si se reemplaza en la derivada primera, se obtiene lo subsecuente:

$$P'(i) = \frac{dP}{di} = -Dm\ .\ P$$

O sea que el primer sumando de la serie de Taylor da una idea importante de cuánto sería la variación del precio del bono ante cambios en la tasa de interés. Es común ver esta expresión escrita de la siguiente manera:

$$\frac{dP}{P} = -Dm \cdot di$$

En esta expresión, se puede estimar el cambio del precio del bono ante cambios (preferentemente pequeños) de la tasa de interés. Se ve que el cambio es proporcional, pero no se debe olvidar que proviene de una aproximación polinómica. Por eso, se necesitan pequeños cambios de la tasa de interés para que la aproximación sea adecuada.

El concepto de duración es de gran importancia, ya que indica el tiempo promedio al vencimiento, ponderando la importancia relativa del valor actual de los servicios respecto el precio del bono. Como ya se anticipó, si la tasa i sube el precio del bono cae por efecto del tiempo al vencimiento. Pero, los pagos de cupones son reinvertidos a una tasa mayor, por lo que aumentan su valor y compensan en parte el efecto negativo de la suba de la tasa de descuento.

Otra característica importante es que la Duración, y consecuentemente la Duración Modificada también, indican qué bono sufrirá mayores cambios ante un cambio de tasa de interés, teniendo en cuenta el plazo ponderado remanente de sus flujos de fondos, representado por aquel número. En definitiva, da una idea de la magnitud del riesgo de precio (o tasa de interés) de dicho bono. En particular, la Duración Modificada es, por lo tanto, una medida del riesgo del bono aunque conviene recordar que sólo se utiliza para pequeñas variaciones de tipos de interés.

La Duración es un número único para cada bono que resume todos los factores que afectan la sensibilidad del precio del bono ante cambios en la tasa de interés. La misma depende de tres variables fundamentales: tiempo hasta el vencimiento, la tasa de cupón y rendimiento al vencimiento.

Ahora bien, si se analiza el segundo término del segundo miembro de la fórmula de Taylor, surge otro concepto, que se denomina Convexidad. Matemáticamente, cuando una función real, definida sobre un intervalo es convexa, el gráfico queda por encima de cada tangente, excepto en el punto de contacto. Las pendientes de las rectas tangentes en cada punto son mayores a medida que las abscisas aumentan, es decir que la derivada primera es creciente, por lo que la derivada segunda es positiva.

Si se calcula la derivada segunda respecto a i $P''(i)$ resulta la siguiente fórmula:

$$P''(i) = \left[\sum_{j=1}^{n} -j \cdot FF_j \, (-j-1) \cdot (1+i)^{-j-1-1}\right]'$$

Si se aplica las propiedades de potenciación y se multiplica por *P/P,* se obtiene lo siguiente:

$$P''(i) = \sum_{j=1}^{n} FF_j \,.\, j \,.\, (j+1) \,.\, (1+i)^{-j-2}$$

$$P''(i) = \sum_{j=1}^{n} FF_j \,.\, j \,.\, (j+1) \,.\, (1+i)^{-j-2} . \frac{P}{P}$$

$$P''(i) = \sum_{j=1}^{n} \frac{FF_j \,.\, j \,.\, (j+1) \,.\, (1+i)^{-j-2}}{P} \,.\, P$$

Siendo la convexidad:

$$c = \sum_{j=1}^{n} \frac{FF_j \,.\, j \,.\, (j+1) \,.\, (1+i)^{-j-2}}{P}$$

Si $w_j = \dfrac{FF_j \ (1+i)^{-j}}{\sum_{j=1}^{n} FF_j \ (1+i)^{-j}}$ la convexidad queda:

$$C = \sum_{j=1}^{n} \ j \,.\, (j+1) \,.\, (1+i)^{-2} . \, w_j$$

Donde los símbolos representan las siguientes nociones:

- ·*C*: Convexidad;
- ·*i*: tasa de interés (yield) o Tasa Interna de Retorno (TIR) al vencimiento;
- ·*FFj* (para j variando desde *1* a *n*): flujo de fondos que produce la inversión;
- ·j: momento donde se producen los flujos.

Según detalla Perotti (2013), para una determinada TIR al vencimiento, un menor cupón significa una mayor convexidad para ese bono. La convexidad de un bono aumenta a medida que aumenta su duración. Por ejemplo, los bonos *Cero Cupón* tendrán siempre la mayor convexidad debido a que tienen un único flujo de fondos y este se produce al vencimiento. La derivada segunda de la curva de rendimientos en el punto actual mide el cambio de la Duración a medida que la tasa cambia.

En resumen, mientras que la derivada primera de la ecuación determina la Duración Modificada, la derivada segunda la convexidad de un bono. La fórmula de la Convexidad aproxima el porcentaje no explicado en el cambio del precio ante cambios en la tasa por la Duración y la Duración Modificada.

La Convexidad es una de las tres formas principales para comparar bonos (junto con la más popular, TIR, y la Duration). Considere dos bonos con Duración y TIR similar, sin embargo uno de ellos tiene mayor Convexidad, por lo tanto los cambios en la tasa los afectarán de forma diferente. Los bonos con mayor convexidad tendrán mayores cambios porcentuales en el precio ante un cambio en la tasa de interés.

Cuando solo se considera la Duración Modificada para predecir los cambios porcentuales en el precio ante cambios de la tasa, se están subestimando los verdaderos cambios. Por lo tanto, es necesario usar la siguiente expresión como medida de ajuste que representa el porcentaje del cambio del precio que no es explicado por la Duración Modificada.[1]

$$\%\ no\ explicado = 0{,}5xCx\Delta i^2$$

Donde los símbolos representan las siguientes nociones:

·C: Convexidad;

·Δi: cambio en la tasa de interés.

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -Dm \,.\, \Delta i + \%\ no\ explicado$$

Este ajuste de la Convexidad aproxima de manera casi perfecta a las variaciones reales en precio del bono ante cambios en la tasa de interés.

4. El procedimiento de inmunización

La administración pasiva da lugar al concepto de inmunización de una cartera de bonos, el cual surge de la necesidad de diseñar carteras que protejan al inversor del riesgo de cambio de precio (o cambio de la tasa de interés). Por lo tanto, se entiende por inmunización de carteras, la posibilidad de armar una cartera (de dos o más bonos), de tal modo que las variaciones de la tasa de interés, más allá de que afecten el valor de sus componentes, no afecten el valor de la cartera en su conjunto, por lo que se aprovecha la circunstancia de que ante cambios en la tasa de interés, haya un conjunto de valores que varía en un sentido y otro grupo en otro sentido. Específicamente, ante un crecimiento en la tasa de interés, los precios de los bonos disminuyen, pero el valor de la reinversión de los flujos de fondos aumenta. El efecto es inverso, para baja en la tasa de interés. Estos dos movimientos contrapuestos permiten la posibilidad de buscar una combinación de activos de tal forma que estos movimientos se compensen y la cartera no varíe.

Para poder determinar las proporciones necesarias de una cartera inmunizada ante los cambios de tasa de interés, se utilizaran los conceptos de Duración de un bono y de Duración de una cartera. Además, será muy útil la consideración del concepto de Convexidad de bonos y carteras en el análisis de los efectos.

1 Para una explicación de esta fórmula, véase: Bartolomeo y Segura (2017).

La inmunización es, sucintamente hablando, una técnica de administración de carteras que permite al administrador cumplir con una cierta cantidad de dinero prometida, para lo cual es necesario realizar una inversión. Lo que se debe buscar es que el plazo de Duración de la cartera *(Dp)* sea igual al plazo deseado de la inversión. De esta forma, la reinversión de los fondos recibidos y el valor actual de los flujos de fondos a percibir al momento de la fecha en que se cumple dicha Duración se compensa, y produce, como consecuencia el mismo valor. Se debe liquidar la cartera a la fecha de la Duración.

Para formar una cartera de bonos que esté protegida ante cualquier variación de las tasas de interés (inmunizada), se deberá tener en cuenta que el horizonte de la inversión sea igual a la Duración de una cartera *(Dp)*, que a su vez es el promedio ponderado de las Duraciones de los bonos que la componen.

$$D_p = w_1 D_1 + w_2 D_2 + ... + w_n D_n$$

Por lo tanto, para establecer cuál sería la combinación de bonos que inmunice la cartera, se deberá encontrar una serie de bonos que combinados, reproduzcan la Duración de dicha cartera.

Siguiendo la misma lógica, podría definirse la *Convexidad de la cartera* como la suma ponderada de las Convexidades de sus bonos. Si bien esto no es estrictamente exacto, se suele considerar esta simplificación, para hablar de convexidad de una cartera. Por lo tanto:

$$C_p = w_1 C_1 + w_2 C + ... + w_n C$$

Se comienza analizando las posibilidades de combinar dos bonos. La primera condición a considerar es que la suma de las participaciones de los bonos que conforman la cartera inmunizada sea igual a 1. Es decir, se invertirá el 100% de la riqueza en la cartera.

$$\sum_{j=1}^{2} w_j = w_1 + w_2 = 1$$

Para resolver los valores de $w1$ y $w2$, se puede plantear un sistema de ecuaciones. En este caso en particular, se buscarán los valores de las incógnitas, $w1$ y $w2$.

$$\begin{cases} D_p = w_1 D_1 + w_2 D_2 \\ w_1 + w_2 = 1 \end{cases}$$

Para resolver este sistema de ecuaciones y encontrar las proporciones que inmunicen la cartera ante cambios en la tasa de interés en Excel se puede usar la herramienta «Buscar Objetivo». Si la cartera contiene más de dos títulos es necesario usar la herramienta «Solver» de Excel y agregar tantas restricciones como, por ejemplo, maximizar la Convexidad, maximización del rendimiento (TIR) o predefinir la participación en algunos de los bonos.

5. Comprobación del proceso de inmunización

Los cambios en la tasa de interés de mercado producen, como ya se anticipó, un doble efecto, tanto en el precio del bono como en el monto del flujo producido por la reinversión de los fondos recibidos. Estos efectos actúan en contrario, es decir, cuando el precio del bono baja (valor actual de los flujos de fondos futuros), el de la reinversión sube, y viceversa. El aumento de la tasa y la consecuente disminución del precio se conocen como *riesgo de precio* del bono, mientras que la disminución de la tasa se denomina *riesgo de reinversión*. La inmunización neutraliza estos riesgos.

Si se analiza un poco más en detalle la cuestión recién señalada, y se supone un cambio positivo (o subida) de la tasa de interés, se observa que este cambio provocará una disminución en el precio del bono, ya que inversiones de riesgo similar deben producir dicho rendimiento y, dado que los flujos, por tratarse de un instrumento de renta fija, están ya predeterminados, lo que queda por variar es el precio (o valor actual de los flujos de fondos prometidos por el bono). Por lo tanto, el precio disminuirá ante incrementos de la tasa de interés. En sentido inverso a este movimiento, la reinversión de los fondos ante aumentos en la tasa de interés implica flujos de fondos mayores a los que se hubieran producido de no existir dicho cambio.

Ahora bien, estas afirmaciones pueden resolverse analíticamente de la siguiente manera. Si se parte de la premisa de que el valor de la inversión inicial es igual al valor actual del flujo de fondos futuros (ecuación básica del valor ya explicitada), utilizando para la valuación la misma tasa, independientemente del período en el que el flujo de fondos se produzca, podría escribirse así:

$$V = \sum_{j=1}^{n} FF_j \, v^j \qquad (1)$$

Donde los símbolos representan las siguientes nociones:

- V: valor de la inversión inicial;
- FFj (para j variando desde 1 a n): flujo de fondos que produce la inversión;
- v: factor de actualización a la tasa i. También puede escribirse como $(1+i)-1$.

Para mayor claridad, se pueden dibujar los flujos de fondos y la inversión inicial en un diagrama unidimensional, como el siguiente:

$V \quad FF_1 \quad FF_2 \quad \ldots \quad FF_{k-1} \quad FF_k \quad FF_{k+1} \quad \ldots \quad FF_{n-2} \quad FF_{n-1} \quad FF_n$

Si se actualiza y escinde los flujos de fondos en dos grupos (los primeros k y los n-k restantes), se puede dividir la sumatoria en dos, de la siguiente forma:

$$V= \sum_{j=1}^{k} FF_j\, v^j + v^k \sum_{j=k+1}^{n} FF_j\, v^{j-k} \qquad (2)$$

Nótese que el segundo sumando del segundo miembro queda multiplicado por v^k, ya que el valor actual de la sumatoria por sí sola, está valuada al momento k y la valuación de V se hace en el momento 0.

Si se desea valuar los flujos de fondos en el período k (se fija como fecha de valuación el momento k), se debería multiplicar ambos miembros de la ecuación por $(1+i)^k$; o lo que es lo mismo, multiplicar ambos miembros por v^{-k} :

$$Vv^{-k} = v^{-k} \sum_{j=1}^{k} FF_j\, v^j + \sum_{j=k+1}^{n} FF_j\, v^{j-k} \qquad (3)$$

Si se observa detenidamente esta ecuación, se puede determinar lo siguiente:

El primer miembro de la ecuación Vv^{-k} es la inversión original V, capitalizada por k períodos. Más explícitamente, podría hablarse de $V(1+i)^k$. Esto es, en realidad, el valor final de la inversión en el momento k (*VF* de la Inversión Inicial).

El primer término del segundo miembro de la ecuación es en realidad el valor actual (en el momento 0) de los primeros k flujos de fondos, capitalizados por k períodos, ya sea que se use la notación v^{-k} o bien $(1+i)^k$. Esto es el valor final de los primeros k flujos de fondos, a la fecha de valuación k.

El segundo término del segundo miembro de la ecuación es el valor actual de los últimos n-k flujos de fondos. Esto es el valor actual de esos flujos de fondos valuados en conjunto, a la fecha de valuación k.

Ahora bien, si en la ecuación (3) se expresara la Duración *(D)* en días y además se consideran las siguientes fechas relevantes:

a) Fecha de la duración *(FD)*: fecha en la que se cumple el plazo de la D en días, contados a partir de la fecha de inversión inicial.

b) Fecha del flujo de fondos: *(FFFj)*: fecha en que se produce el flujo de fondos j.

c) *dj*: cantidad de días entre *FD* y *FFF* (Entre la fecha de la Duración y la fecha en que se produce el flujo de fondos). Nótese que para la segunda sumatoria del segundo miembro de la ecuación (4), al ser la fecha del flujo de fondos posterior a la *FD*, dj será negativo y el *FFj* será actualizado a la tasa i_e y no capitalizado, como ocurre en la primer sumatoria.

d) i_e = tasa de la inversión, o TIR del bono o cartera, como tasa anual.

e) D = duración expresada en días, contados a partir de la fecha de la inversión inicial.

Adicionalmente, se recuerda que los flujos anteriores al plazo de la Duración son los que van de 1 a k, y los posteriores al cumplimiento del plazo de la duración son los que van desde $k+1$ a n. Con todas estas consideraciones, la ecuación 3 podría reescribirse así:

$$V\,(1+i_e)^{D/365} = \sum_{j=1}^{k} FF_j\,(1+i_e)^{dj/365} + \sum_{j=k+1}^{n} FF_j\,(1+i_e)^{dj/365} \quad (4)$$

Como se puede deducir, el cambio en la tasa ie no afectaría la ecuación, siempre que se dé «paralelamente» para todos y cada uno de los plazos de los FF_j. Como se verá más adelante, esta es una de las condiciones fundamentales para que la cartera quede inmunizada. Además, que la tasa sea la misma, cualquiera sea el plazo, implica una estructura temporal de tasas de interés (ETTI) plana.

Si el administrador de una cartera de bonos desea eliminar ambos riesgos, podrá utilizar la tradicional técnica, denominada *inmunización*, cuya fundamentación podría encontrarse, de cierta forma, en la ecuación (4). Mirando exclusivamente el segundo miembro de la ecuación (4), cuando la valuación se hace a la FD (fecha en que se cumple la duración del bono o de la cartera), se produce el equilibrio de los sumandos del segundo miembro de dicha ecuación. Más allá de que el valor de su suma es siempre igual a la reinversión de los fondos V a la TIR correspondiente, lo interesante es observar que ambos sumandos se compensan ante cambios en la tasa de interés i_e. Cuando uno sube el otro baja, por lo tanto, el balanceo de los valores determinados en el segundo miembro se produce, cualquiera sea la tasa. Esto es, embrionariamente, la inmunización de la cartera.

6. Inmunización de carteras de dos bonos en el Mercado Financiero Argentino

Para el armado de los flujos de fondos se considerarán las condiciones de emisión de los bonos. Dichas condiciones fueron consultadas en la página de Puente Hermanos S.A.[2]

6.1. Inmunización y comprobación de una cartera de dos bonos (Cartera 1)

La primera cartera inmunizada contendrá dos bonos soberanos con cotización en el mercado de capitales argentino y su Duración será de 2 años. Se seleccionaron los Bonos de la Nación Argentina 2019 y 2022 (Bonar, 2019 y Bonar, 2022) por su cercanía al horizonte de inversión, es decir, por ser sus respectivas Duraciones similares a la duración de la cartera y, por lo tanto, al vencimiento del plazo de la inversión.

2 Consultado en: https://www.puentenet.com/cotizaciones/bonos/argentina

Figura nº 5. Bonar 2019

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-106,32
22/10/2017	3,06	0	3,06
22/04/2018	3,06	0	3,06
22/10/2018	3,04	0	3,04
22/04/2019	3,04	100	103,04
		TIR	3,55%
		Duración	1,53
		Duración Modificada	1,49
		Convexidad	3,68

Figura nº 6. Bonar 2022

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-106
26/01/2018	2,8125	0	2,8125
26/07/2018	2,8125	0	2,8125
26/01/2019	2,8125	0	2,8125
26/07/2019	2,8125	0	2,8125
26/01/2020	2,8125	0	2,8125
26/07/2020	2,8125	0	2,8125
26/01/2021	2,8125	0	2,8125
26/07/2021	2,8125	0	2,8125
26/01/2022	2,8125	100	102,8125
		TIR	4,35%
		Duración	3,90
		Duración Modificada	3,74
		Convexidad	18,48

Figura nº 7. Flujo conjunto de ambos bonos (Cartera 1)

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-212,32
22/10/2017	3,06	0	3,06
26/01/2018	2,81	0	2,81
22/04/2018	3,06	0	3,06
26/07/2018	2,81	0	2,81
22/10/2018	3,04	0	3,04
26/01/2019	2,81	0	2,81
22/04/2019	3,04	100	103,04
26/07/2019	2,81	0	2,81
26/01/2020	2,81	0	2,81
26/07/2020	2,81	0	2,81
26/01/2021	2,81	0	2,81
26/07/2021	2,81	0	2,81
26/01/2022	2,81	100	102,81

Si se supone que el horizonte de inversión es de 2 años, se deberá buscar la combinación de w_1 y w_2 que produzca una Duración de cartera (D_p) de 2 años. Por lo tanto, se está asumiendo la cartera inmunizada durante ese período.

La solución, independientemente del método que se use, es la siguiente: w_1 =0,800132 y w_2 =0,199868, lo cual significa que se debe invertir el 80,01% del capital en Bonar 2019 y el 19,99% en Bonar 2022.

Los cambios en la tasa de interés de mercado producen un doble efecto, tanto en el precio del bono como en el monto del flujo producido por la reinversión de los fondos recibidos. Se consideran dos escenarios:

1. Si la tasa aumenta, las pérdidas producidas por la venta de los Bonar 2022 (Duración = 3,9) se compensan con la ganancia de reinvertir los Bonar 2019 (Duración = 1,53).
2. Si la tasa disminuye, la pérdida por reinversión se compensa con la ganancia por venta de los Bonar 2022.

Para demostrar que la cartera de dos bonos, armada en las proporciones indicadas, es inmune a los cambios de la tasa de interés se utiliza el siguiente procedimiento:

Primero se aplican las proporciones obtenidas a los flujos de ambos bonos.

Figura nº 8. Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones (Cartera inmunizada 1)

Fecha	Bonar 19	Bonar 22	Flujo Conjunto
05/09/2017	-85,07	-21,15	-106,22
22/10/2017	2,45		2,45
26/01/2018		0,56	0,56
22/04/2018	2,45		2,45
26/07/2018		0,56	0,56
22/10/2018	2,43		2,43
26/01/2019		0,56	0,56
22/04/2019	82,45		82,45
26/07/2019		0,56	0,56
26/01/2020		0,56	0,56
26/07/2020		0,56	0,56
26/01/2021		0,56	0,56
26/07/2021		0,56	0,56
26/01/2022		20,55	20,55
		TIR	3,86%

En el segundo paso, se determinan los días que transcurren desde que se genera cada flujo de fondos hasta la fecha de la Duración (FD). Cuando la fecha del flujo de fondos sea posterior a la FD, los días hasta Duración serán negativos.

El tercer paso consiste en comprobar que los valores obtenidos por la reinversión de los flujos de fondos con la TIR sea igual al capital final de la inversión inicial a la TIR. Para lo cual se recuerda la ecuación (4).

$$V\,(1+i_e)^{D/365}=\sum_{j=1}^{k} FF_j\,(1+i_e)^{dj/365}+\sum_{j=k+1}^{n} FF_j\,(1+i_e)^{dj/365}$$

Los flujos anteriores a la fecha de la Duración son los que van de 1 a k y los posteriores al mismo plazo son los que van desde $k+1$ a n. El primer miembro de la ecuación es la inversión inicial capitalizada. El segundo miembro se descompone en dos términos: el primero es el valor final de los primeros k flujos de fondos, mientras que el segundo término es el valor actual de los últimos n-k flujos de fondos, en ambos casos a la TIR.

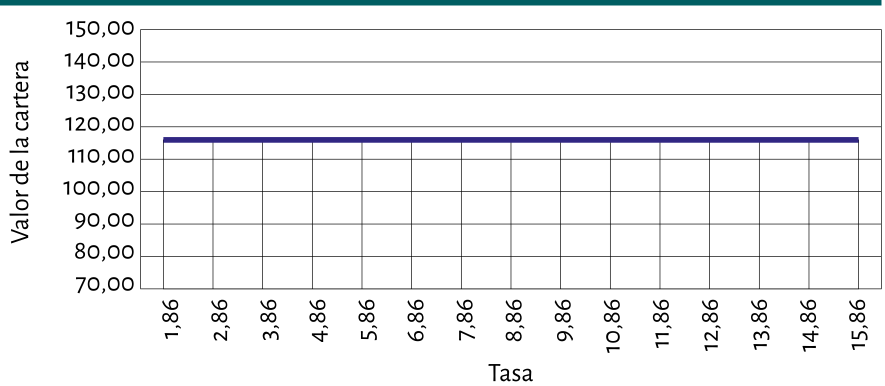
Figura nº 9. Reinversión del flujo de fondos de la cartera inmunizada

Fecha	Días hasta Duración	Flujo de Fondos	Reinversión
05/09/2017	730		
22/10/2017	683	2,45	2,63
26/01/2018	587	0,56	0,60
22/04/2018	501	2,45	2,58
26/07/2018	406	0,56	0,59
22/10/2018	318	2,43	2,51
26/01/2019	222	0,56	0,58
22/04/2019	136	82,45	83,62
26/07/2019	41	0,56	0,56
26/01/2020	-143	0,56	0,55
26/07/2020	-325	0,56	0,54
26/01/2021	-509	0,56	0,53
26/07/2021	-690	0,56	0,52
26/01/2022	-874	20,55	18,77
Reinversión FF a TIR		114,58	
VF inversión incial a TIR		114,58	

Por último, se puede observar que el valor de la reinversión de todos los flujos de fondos a la TIR es de 114,58; que equivale exactamente a la inversión inicial capitalizada a la TIR, por 730 días.

Otra forma más confiable de comprobar que la cartera en las proporciones fijadas se encuentra inmunizada es valuar (valor final/actual) la reinversión o el valor actual de los fondos con distintas tasas. Para los bonos seleccionados y en las proporciones que inmunizan la cartera, se observa que ante cambios en la tasa, el valor de la reinversión de los flujos (valor de la cartera) se mantiene relativamente constante y, por lo tanto, se encuentra inmunizada.

Figura nº 10. Relación Tasa – Valor de la cartera (Cartera inmunizada 1)



6.2 El riesgo de inmunización

Una alternativa interesante se plantea en el caso de dos carteras compuestas con distintos bonos tomados de a dos. Para que las carteras estén bien diferenciadas, podemos plantear cada una de dichas carteras con distintas estrategias. Supongamos que la cartera 1 se plantea con una estrategia de tipo *Bullet*, es decir, se eligen bonos cuya Duración sea cercana al plazo de vencimiento de la inversión. Por otro lado, la cartera 2 podríamos armarla en función de una estrategia de tipo *Barbell*, es decir, eligiendo duraciones extremas de los bonos. Si elegimos dos bonos, para ambas carteras uno de ellos debería tener una Duración más grande que Dp, y el otro una más pequeña. Ambas carteras están inmunizadas, pero uno se podría preguntar, ¿cuál es mejor desde el punto de vista de la inmunización, la que plantea una estrategia tipo *Bullet* o *Barbell*? La cartera 1 (Bullet) ya fue ejemplificada en el punto anterior, mientras que la cartera 2 (Barbell) será desarrollada en el presente apartado para su posterior comparación con la cartera 1.

Para comparar qué tan efectivas han sido las inmunizaciones, se utilizará el concepto de *riesgo de inmunización.* Esta expresión, desarrollada por Fong y Vasicek (1984) establece una medida del riesgo de inmunización que mide la varianza de los términos de la cartera respecto al vencimiento de la inversión (horizonte de inversión) ponderando cada diferencia de plazos en función de los flujos de fondos y actualizándolos.

$$\sigma_{pi} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{FF_t\,(t-H)^2}{(1+i)^t}}{P}$$

Donde los símbolos representan las siguientes nociones:

· σpi : riesgo de la cartera inmunizada;
· i: tasa de interés (yield to maturity o TIR al vencimiento);
· H: horizonte de inversión (vencimiento o madurez);
· FFt : flujo de fondos que produce la inversión;
· t: momento donde se producen los flujos;
· n: momento en que se produce el último flujo;
·P: precio de mercado.

Conceptualmente, el riesgo de inmunización es la posibilidad de que la cartera inmunizada no consiga el rendimiento deseado, es una función directa del riesgo de reinversión. De tal manera que, si la cartera tiene un bajo riesgo de reinversión, su riesgo de inmunización será pequeño, y viceversa.

A continuación se determinará empíricamente cuál de las estrategias anteriormente planteadas tiene un menor riesgo de inmunización. Para ello, será necesario realizar el mismo análisis para una cartera de dos bonos (Cartera 2) siguiendo la estrategia tipo Barbell. Esta cartera contendrá dos bonos soberanos con cotización en el mercado de capitales argentino y su Duración será de 2 años. Se seleccionaron el Bono de la Nación Argentina Dollar Linked 2018 (Bonad 2018) y el Bono de la Nación Argentina 2025 (Bonar 2025) por ser lejanos al horizonte de inversión, es decir, por ser sus respectivas Duraciones son distantes al vencimiento del plazo de la inversión.

Figura nº 11. Bonad 2018

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-100
18/09/2017	1,2	0	1,2
18/03/2018	1,2	100	101,2
		TIR	4,74%
		Duración	0,52
		Duración Modificada	0,50
		Convexidad	0,28

Figura nº 12. Bonad 2025

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-105
18/10/2017	2,875	0	2,875
18/04/2018	2,875	0	2,875
18/10/2018	2,875	0	2,875
18/04/2019	2,875	0	2,875
18/10/2019	2,875	0	2,875
18/04/2020	2,875	0	2,875
18/10/2020	2,875	0	2,875
18/04/2021	2,875	0	2,875
18/10/2021	2,875	0	2,875
18/04/2022	2,875	0	2,875
18/10/2022	2,875	0	2,875
18/04/2023	2,875	0	2,875
18/10/2023	2,875	0	2,875
18/04/2024	2,875	0	2,875
18/10/2024	2,875	0	2,875
18/04/2025	2,875	100	102,875
		TIR	5,36
		Duración	6,11
		Duración Modificada	5,80
		Convexidad	43,99

Si el horizonte de inversión es de 2 años, se debe invertir el 73,59% del capital en Bonad 2018 y el 26,41% en Bonar 2025 para lograr una cartera inmunizada ante los cambios en la tasa.

Figura nº 13. Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones (Cartera inmunizada 2)

Fecha	Bonad 18	Bonar 25	Flujo Conjunto
05/09/2017	-73,54	-27,74	-101,27
18/09/2017	0,88		0,88
18/10/2017		0,76	0,76
18/03/2018	74,47		74,47
18/04/2018		0,76	0,76
18/10/2018		0,76	0,76

Figura nº 13. Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones (Cartera inmunizada 2)

Fecha	Bonad 18	Bonar 25	Flujo Conjunto
18/04/2019		0,76	0,76
18/10/2019		0,76	0,76
18/04/2020		0,76	0,76
18/10/2020		0,76	0,76
18/04/2021		0,76	0,76
18/10/2021		0,76	0,76
18/04/2022		0,76	0,76
18/10/2022		0,76	0,76
18/04/2023		0,76	0,76
18/10/2023		0,76	0,76
18/04/2024		0,76	0,76
18/10/2024		0,76	0,76
18/04/2025		27,17	27,17
		TIR	5,25

Nuevamente, para comprobar que la cartera se encuentra inmunizada, valuamos la reinversión de los fondos con distintas tasas. Para los bonos seleccionados y en las proporciones que inmunizan la cartera, se observa que, ante cambios en la tasa, el valor de la reinversión de los flujos (valor de la cartera) se mantiene relativamente constante y, por lo tanto, se encuentra inmunizada.

Figura nº 14. Relación Tasa – Valor de la cartera (Cartera inmunizada 2)

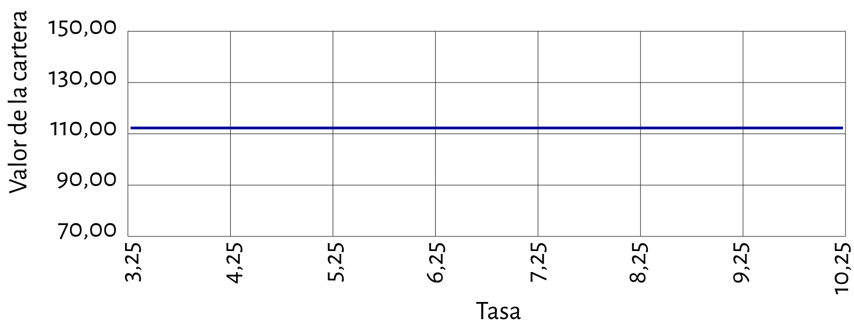


Figura nº 15. Cuadro comparativo estrategias (Duración = 2)

Cartera	Estrategia	Riesgo de inmunización	TIR Flujo Conjunto
Cartera 1	Bullet	1,19	3,86%
Cartera 2	Barbell	7,73	5,25%

Como se ha demostrado, ambas carteras se encuentran inmunizadas, pero ¿cuál cartera tiene un menor riesgo de inmunización y, por lo tanto, mayor posibilidad de alcanzar el rendimiento deseado? Se observa que la cartera 1, que sigue una estrategia tipo *Bullet*, es más apropiada en cuanto a este objetivo. Sin embargo, dicho objetivo tiene que ser considerado en conjunto con el rendimiento ofrecido por la cartera, en este caso en particular, el menor riesgo de inmunización implica menor TIR y viceversa.

7. Inmunización de una cartera de tres bonos

La tercera cartera contendrá tres bonos soberanos, y su Duración será de 4 años. Uno de los bonos tendrá una Duración menor, otro bono una mayor y el tercero una cercana a 4. Se seleccionaron a tal efecto el Bono de la Nación Argentina 2020 (Bonar 2020), Bono de la Nación Argentina 2022 (Bonar 2022) y el Bono de la Nación Argentina 2025 (Bonar 2025).

Para inmunizar carteras de más de dos bonos, será necesario agregarle nuevas restricciones al sistema. Se recuerda que se necesitarán tantas ecuaciones como incógnitas se tengan. Las condiciones previas cuando se trabajaba con carteras de dos bonos eran las siguientes:

1) Que la suma de las participaciones de los bonos que conforman la cartera inmunizada sea igual a 1.
2) Que el horizonte de la inversión sea igual a la Duración de una cartera *(D_p)* que, a su vez, es el promedio ponderado de las Duraciones de los bonos que la componen.

Se deberán incorporar nuevas condiciones como, por ejemplo, que la Convexidad de la cartera sea la máxima posible, minimizar el riesgo de inmunización, maximizar el rendimiento de la cartera o predefinir el porcentaje de algunas de las participaciones. Este último criterio no es razonable, ya que restringe la inversión sobre algunos bonos y la asignación del porcentaje se hace arbitrariamente.

Se probó la optimización agregando una a una estas últimas condiciones (maximización de la Convexidad, maximización del rendimiento o TIR de la cartera y minimización del riesgo de inmunización), además de la dos originales. Sin embargo, en ninguno de los casos las participaciones se modificaron. De alguna forma, el criterio prevalente sigue siendo el de la inmunización. Por ejemplo, cuando se definió como objetivo el mínimo riego de inmunización y como restricciones las condiciones 1 y 2, se obtuvieron los mismos porcentajes que cuando el objetivo fue maximizar el rendimiento o la convexidad.

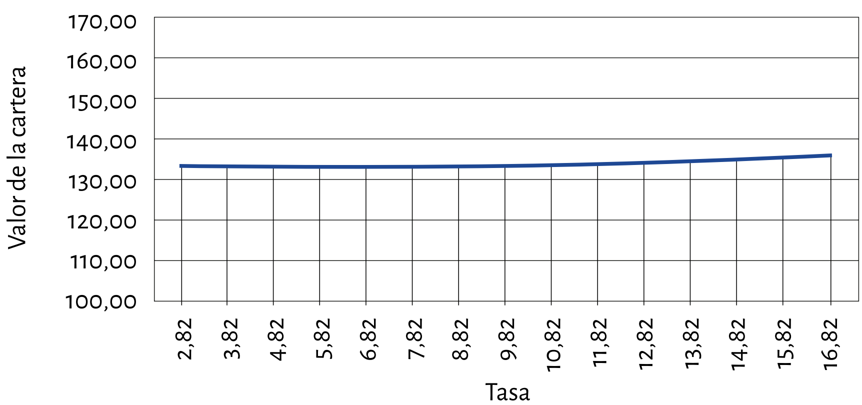
Si el horizonte de inversión es de 4 años, se debe invertir el 54,30% del capital en Bonar 2020, el 11,90% en Bonar 2022 y el 33,80% en Bonar 2025, a fin de lograr una cartera inmunizada ante los cambios en la tasa.

Figura nº 16. Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones (Cartera inmunizada 3)

Fecha	Flujo Conjunto	Fecha	Flujo Conjunto
05/09/2017	-110,04	18/04/2020	0,97
08/10/2017	2,17	26/07/2020	0,33
18/10/2017	0,97	08/10/2020	56,49
26/01/2018	0,33	18/10/2020	0,97
08/04/2018	2,17	26/01/2021	0,33
18/04/2018	0,97	18/04/2021	0,97
26/07/2018	0,33	26/07/2021	0,33
08/10/2018	2,17	18/10/2021	0,97
18/10/2018	0,97	26/01/2022	12,19
26/01/2019	0,33	18/04/2022	0,97
08/04/2019	2,17	18/10/2022	0,97
18/04/2019	0,97	18/04/2023	0,97
26/07/2019	0,33	18/10/2023	0,97
08/10/2019	2,17	18/04/2024	0,97
18/10/2019	0,97	18/10/2024	0,97
26/01/2020	0,33	18/04/2025	34,80
08/04/2020	2,17	TIR	4,83%

Se valúa la reinversión de los fondos con distintas tasas. Para los bonos seleccionados y en las proporciones que inmunizan la cartera, se observa que, ante cambios en la tasa, el valor de la cartera se mantiene relativamente constante.

Figura nº 17. Relación Tasa – Valor de la cartera (Cartera inmunizada 3)



Para variar los resultados en vistas a encontrar una mayor Convexidad, por ejemplo, deberá variarse el horizonte deseado de inversión. Es decir, si invirtiéramos en tres bonos, con distintas Duraciones y distintas Convexidades y se buscaría una cartera inmunizada, con la mayor Convexidad posible, y sucedería lo siguiente:

Figura nº 18. Duración y Convexidad de los 3 bonos		
	Duración	Convexidad
Bono 1	2,52	26,62
Bono 2	5,85	82,44
Bono 3	7,00	150,00

Figura nº 19. Cartera de máxima convexidad						
Cartera de máxima convexidad	*w1*	w2	*w3*	Suma	Duración Cartera	Convexidad aproximada Cartera
1	99,89%	0,00%	0,11%	1,00	2,5200	26,7515
2	98,11%	0,00%	1,89%	1,00	2,6000	28,9524
3	91,42%	0,00%	8,58%	1,00	2,9000	37,2056
4	89,19%	0,00%	10,81%	1,00	3,0000	39,9567
5	78,04%	0,00%	21,96%	1,00	3,5000	53,7121
6	66,89%	0,00%	33,11%	1,00	4,0000	67,4675
7	55,74%	0,00%	44,26%	1,00	4,5000	81,2229
8	44,59%	0,00%	55,41%	1,00	5,0000	94,9783
9	33,45%	0,00%	66,55%	1,00	5,5000	108,7338
10	22,30%	0,00%	77,70%	1,00	6,0000	122,4892
11	11,15%	0,00%	88,85%	1,00	6,5000	136,2446
12	0	0	1	1	7	150

Como se observa, el Bono 2 no ha sido elegido para ninguna de las carteras, todas las combinaciones se dan entre el bono de menor duración/convexidad y el de mayor duración/convexidad. Se recuerda que se busca armar carteras inmunizadas lo más convexas posibles, suponiendo, por ejemplo, un escenario de baja en la tasa de interés. Por ello, para aumentar la convexidad de la cartera, se deberá necesariamente recurrir a horizontes de inversión más largos, con posibilidades de carteras más convexas. Se recuerda que el solo criterio de la inmunización o de la convexidad no es suficiente para sustentar la inversión. Siempre será necesario sopesar el riesgo asumido con tal tipo de decisión.

8. Conclusiones

La idea original que motivó el presente trabajo era la de plantear algunas estrategias en el armado de carteras de bonos, teniendo como principal escenario el mercado financiero argentino, con algunas de las emisiones de bonos existentes en el presente (año 2017). Al estudiar previamente la inmunización, se plantearon algunas inquietudes acerca de si era posible mejorar las carteras de bonos, más allá de lo que surge del armado de una cartera inmunizada.

El proceso de inmunización permite armar una cartera que no sea afectada por los cambios en la tasa de interés. Cuando se determinó el valor de la cartera a la fecha deseada (plazo D) y se hace ese plazo igual al de la duración de la cartera (D_p)

se está inmunizando el valor de la cartera a ese momento. Dicho de otra forma, el valor de la cartera capitalizando los flujos anteriores o actualizando los posteriores, se compensa ante cambios en la tasa de interés. La compensación es más exacta si los cambios son relativamente chicos. A medida que el cambio es más grande, la curvatura de la relación entre el precio de la cartera y la tasa de interés (o convexidad de la cartera) tiene su influencia.

Se recuerda que la inmunización de las participaciones en carteras, implican una tenencia tal que la variación de la tasa de interés (principal elemento de riesgo en estos portfolios) no produce cambios significativos en el valor de la cartera al momento de su liquidación (o plazo deseado de inversión). Parecería, *a priori*, que el criterio de inmunización (en definitiva, de riesgo por variaciones de la tasa de interés) prima en el armado de carteras. Se trató, luego, de combinar la base de una cartera inmunizada con otros criterios que podrían se deseables en ciertos escenarios. Al combinar una cartera inmunizada tratando de maximizar la convexidad, sigue primando el criterio de inmunización. Para que exista un cambio en la proporción o en el activo elegido, se debería ampliar el horizonte deseado de inversión. Esto daría lugar a nuevas carteras (siempre inmunizadas) con convexidades mayores. Pero, si no se amplía dicho horizonte, la participación en los bonos se mantiene igual. También se trataron otros criterios para modificar la elección de la cartera, pero siempre dentro de un escenario de inmunización. A tal efecto, se consideró el concepto de *riesgo de inmunización*, este parámetro mide cuál es el grado o posibilidad de que la cartera no cumpla con su valor objetivo al momento de su liquidación. De esta forma, y a través de esta idea, si la prioridad del inversor es la seguridad (antes que la rentabilidad), podrá elegirse aquella cartera inmunizada que presente un menor número de riesgo de inmunización. Visto del lado de la rentabilidad y tal cual se observa en la figura 15, se podría elegir, de ambas carteras inmunizadas, la que ofrece la mayor TIR, pero siendo conscientes del grado de riesgo que se está asumiendo (en este caso representado por 7,73).

También se trató de observar si había algún criterio que permitiera elegir más bonos (carteras de tres bonos o más) y que implicara una cartera inmunizada con menor riesgo o mayor rentabilidad. Las experimentaciones realizadas no arrojan datos suficientes como para concluir en algo definitivo, sin embargo, restan muchas alternativas por explorar. Además será necesario cuantificar los resultados que producen. No obstante, podría adelantarse que la incorporación de más elementos dentro de una cartera implica aumentar el riesgo de inmunización, ya que se introdujeron más elementos de variación de plazo que implican necesariamente un aumento en dicho riesgo. Por lo pronto, en primer lugar, podemos concluir en que carteras con más bonos no son convenientes, si lo que buscamos es minimizar dicho riesgo. Sin embargo, no debe olvidarse que otros criterios (como el de rentabilidad) pueden primar a la hora de invertir, y es posible, que en esos casos, la única alternativa sea incluir más bonos, que implican más flujos y que irremediablemente aumenten el riesgo de inmunización.

Como se observa, cuando se trata de carteras inmunizadas, se puede combinar el criterio de inmunización con el de rentabilidad o de riesgo de inmunización, eligiendo carteras acorde a los deseos, que de alguna manera cuantifiquen la rentabilidad que se logrará con la cartera seleccionada o el riesgo que implicaría tomar mayor rentabilidad, según sea el caso. Esto no es un dato menor, ya que permitirá tomar una decisión mejor a la hora de invertir en el mercado de bonos.

Bibliografía

ALEXANDER, G. Y RESNIK, B. (1985). Using Linear and Goal Programming to Immunize Bond Portfolios. *Journal of Banking and Finance, 9*, nº 1. Pp. 34-54.

ALEXANDER, G., SHARPE W. Y BAILEY J. (2003). *Fundamentos de inversiones: Teoría y práctica*. 3ra. Ed., Pearson Education, México.

BARTOLOMEO, A. Y SEGURA, M. (2017). *Los conceptos de duración y convexidad y su relación con la inmunización de carteras.* Anales de las XXXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, San Juan.

BETZUEN, A. Y BETZUEN, A. (2016). *Análisis de la gestión pasiva de cartera*. Universidad del País Vasco.

FABOZZI, F., FOCARDI, S. Y BALI, T. (2013). *Mathematical Methods for Finance. Tools for Asset and Risk Management.* John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

FERMO, G. (17 de agosto de 2017). *El bono bipolar: compresión de spreads y la convexidad del 2117*. Consultado en: https://www.cronista.com/columnistas/El-bono-bipolar-compresion-de-spreads-y-la-convexidad-del-2117-20170817-0072.html

FISHER, L. Y WEIL, R. (1971). *Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naïve and Optimal Strategies. The Journal of Business.* Vol. 44, nº 4. Pp. 408-431.

GIFFORD, F. Y VASICEK, O. (1984). A *Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization*. *The Journal of Finance, 39*, nº 4. Pp. 1541-1546.

GITMAN, L. (2003). *Principios de Administración Financiera*. 10ma. Ed., Pearson Education, México.

LAZATTI, N. (2001). *Técnicas de inmunización basadas en la duración*. Bolsa de Comercio de Rosario. Programa de Formación 2001.

LOPEZ DUMRAUFF, G. (2012). *Inmunización del rendimiento de un Portafolio de Bonos.* Anales de las XXXIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, Morón, Buenos Aires.

MASCAREÑAS, J. (2016). *La gestión pasiva de las carteras de renta fija*. Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas, Madrid.

PEROTTI, E. (2008). *Las derivadas de los instrumentos de renta fija.* Bolsa de Comercio de Rosario.

RABUFFETTI, HEBE. (1997). *Introducción al análisis matemático*.14va. Ed. El Ateneo. Buenos Aires.

VAN HORNE, JAMES (1997). *Administración Financiera*. 10ma. Ed. Pearson Education, México.