Philosophia 78/1 | 2018 | pp. 9 a 31

ARISTÓTELES Y LA FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

Juan ARANA
UNIVERSIDAD DE SEVILLA (ESPAÑA)
jarana@us.es

Resumen: El texto pasa revista a la presencia de la matemática en el *corpus aristotélico.* Examina su relación con la lógica y las partes sustantivas más características de la filosofía teórica: física y metafísica. Relaciona los debates sobre fundamentación de la matemática de principios del siglo XX con las principales posiciones defendidas al respecto dentro de la tradición filosófica. Concluye con la tesis de que el pensamiento aristotélico conserva su vigencia para los que defienden la unidad del conocimiento, pero critica la gran distancia que introdujo entre lógica y matemática.

Palabras clave: Filosofía, matemática, lógica, epistemología, riesgo.

Abstract: The text reviews the presence of mathematics in the Aristotelian corpus. It examines its relationship with logic and the most characteristic substantive parts of theoretical philosophy: physic and metaphysic. It relates the debates about the foundation of mathematics of the early twentieth century with the main positions defended on the subject within the philosophical tradition. He concludes with the thesis that Aristotelian thought retains its validity for those who defend the unity of knowledge, but criticizes the great distance introduced between logic and mathematics.

Keywords: Philosophy, mathematics, logic, epistemology, risk.

1. Planteamiento inicial

El propósito de este trabajo no es examinar los principales aspectos filológicos y epistemológicos de la filosofía de las matemáticas en Aristóteles, sino valorar la presencia de la ciencia en cuestión dentro de la concepción que este filósofo tiene del conocimiento racional, en relación con los restantes saberes. Un asunto que me ha ocupado desde tiempo atrás es la relación entre las diversas disciplinas y, asociado a él, la unidad —o no— del conocimiento. Tal es el motivo de que me interese la filosofía de las matemáticas *de* Aristóteles, a pesar de que no estoy muy convencido de que haya en él nada parecido a una filosofía de las matemáticas de acuerdo con el uso semántico moderno.[1] Es cierto que en varios pasajes de la *Metafísica* (por ejemplo, en el libro XI, capítulo 4) defiende que corresponde a la filosofía primera el estudio especulativo de la matemática.[2] Pero luego no desarrolla esa idea. A poco desconfiado que sea el lector, sospechará que voy a hacerlo por mi cuenta. Y no se habrá equivocado, aun cuando sea un procedimiento apartado de las reglas de la historiografía ortodoxa. Para ello me amparo en la caracterización que hace Jorge Luis Borges de la filosofía, cuando afirma que "no es otra cosa que la imperfecta discusión (cuando no el monólogo

---

1) Los historiadores de la matemática suelen tratar a Aristóteles de un modo parco y respetuoso. Según Carl Boyer, por "su fundamentación de la lógica y a sus frecuentes alusiones a ideas y teoremas matemáticos a lo largo de su voluminosa obra, Aristóteles puede ser considerado como un importante promotor del desarrollo de la matemática" en *Historia de la Matemática* (Madrid: Alianza, 1986), 138. En la misma dirección apuntan las indicaciones de Jean-Paul Collette (*Historia de las Matematicas 1,* Madrid, Siglo XXI, 1985, p. 102). Léon Brunschvicg insiste en que Aristóteles sustituye el paradigma matemático por el biológico al edificar su epistemología en *Les Étapes de la Philosophie Mathématique* (Paris: Blanchard, 1972), 74. Según G.E.R. Lloyd: "Aristotle's philosophy of mathematics differs radically from Plato's in a number of fundamental respects. First, he did not postulate separate intelligible mathematical objects, such as Plato treated as intermediate between intelligible forms and perceptible particulars. For Aristotle, mathematics studied the mathematical properties of physical objects, in abstraction from the physical properties those objects possessed. Of course, Aristotle agreed with Plato that while physical hoops or rings come to be and pass away, circularity does not. But while the mathematician can study the circle circularity does not exist as a separate intelligible entity" ("Mathematics and Narrative: An Aristotelian Perspective", en: A. K. Doxiades y B. Mazur, *Circles Disturbed: The Interplay of Mathematics and Narrative* (Princeton: Princeton University Press, 2012), 392).

2) "Y, puesto que también el matemático usa los conceptos comunes de un modo propio, también el considerar los principios de éstos parece corresponder a la filosofía primera" (1061b). Las traducciones de los textos de la *Metafísica* citados son de V. García Yebra.

solitario) de algunos centenares, o millares, de hombres perplejos, distantes en el tiempo y en el idioma."[3] La distancia en el tiempo y el idioma nadie me la puede disputar. Lograr la imperfecta discusión —que no el monólogo— es de lo que intento.

2. Filosofía de las matemáticas y unidad del conocimiento

Comencemos, pues. ¿Por qué motivo me convendría que Aristóteles hubiera incoado al menos una filosofía de la matemática? Porque sostiene una concepción realista del conocimiento, profesa un empirismo tan razonable como radical y, por último, defiende una concepción unitaria del saber. En la modernidad, lo más habitual es que los empiristas dejen sin cobertura una parte importante del saber teórico, mientras que los racionalistas suelen desembocar en modelos gnoseológicos escindidos. No me considero racionalista y además pienso que merece la pena seguir apostando por la unidad del conocimiento, al menos como idea reguladora. Por eso me vuelvo hacia Aristóteles para ver si hay en él algún cabo suelto sin aprovechar.

¿Y qué tiene que ver la filosofía de las matemáticas con la supuesta clave perdida? Cualquiera que estudie la evolución del problema de la ordenación de las ciencias descubrirá que las disputas entre las escuelas se desarrollaron casi siempre en el terreno de la física, pero la clave de casi todas ellas estuvo relacionada con el estatuto de la matemática. Diciéndolo con dos frases, la física fue el campo de batalla de la epistemología, mientras que la matemática se convirtió en su manzana de la discordia. La física fue casi sin excepción el país a conquistar; la matemática, el arma decisiva en unos casos, el parangón a emular en otros, y una pieza sobrante sin mucha utilidad en los restantes.

---

3) Jorge Luis Borges, *Textos cautivos* en *Obras completas,* vol. IV (Barcelona: Emecé, 1996), 239.

Acaso explique esa diversidad de papeles por qué la filosofía de la matemática se desarrolló tan tardíamente. Kant sostiene en el prólogo a la segunda edición de la *Crítica* que la matemática fue la primera disciplina que tomó el recto camino de la ciencia (B, XI), pero la discusión *in extenso* de por qué mereció tan temprano y universal consenso no madura hasta nuestros días. Sorprendentemente, cuando filósofos y matemáticos se pusieron a ello generaron tantas discrepancias como si de la típica pregunta metafísica se tratara. A comienzos del siglo XX logicismo, formalismo e intuicionismo plantearon una magna confrontación en la que las dos primeras escuelas parecían llevar las de ganar, pero se produjo un giro inesperado cuando Kurt Gödel encontró una demostración muy sofisticada que como mínimo dejaba la partida en tablas. Pocos —si es que alguno lo hace— se atreven a sacar las oportunas consecuencias. Sin entrar en detalles técnicos —que por otro lado están fuera de este lugar— diría que el *logicismo* de Bertrand Russell pretendía reducir los teoremas y principios de la matemática a los de la lógica, tal como esbozó en su magna obra *Principia Mathematica,* esfuerzo que, dejando a un lado la incidencia gödeliana, no coronó con éxito debido a la especificidad insoluble de algunos axiomas matemáticos. Más afectado aún por los teoremas de limitación[4] resultó el *formalismo* de David Hilbert, quien pretendía prescindir por completo de los contenidos de la disciplina y remitir lo matemático en cuanto tal a procesos meramente formales de inferencia. La tercera escuela en disputa, el *intuicionismo,* deseaba preservar la sustantividad de lo matemático, prohibiendo mecanismos meramente abstractos de validación, lo cual —¡ay!— conllevaba y conlleva la amputación de partes significativas de la disciplina. De todo ello resultó una situación muy poco satisfactoria. Como consecuencia, muchos profesionales del ramo han perdido el interés por una fundamentación problemática y quién sabe si además prescindible. En cambio, desde el

---

4) Cf. Jean Ladrière, *Limitaciones internas de los formalismos* (Madrid: Tecnos, 1969).

punto de vista filosófico, el presente estado de la cuestión se ha vuelto más atractivo que nunca, aunque la complejidad del debate aleje de él a todos los que no son —o no somos— suficientemente atrevidos. Si se tratara de entroncarlo con antecedentes filosóficos más remotos, el logicismo russelliano podría remontarse a través de Frege y Couturat quién sabe si hasta Leibniz. En cambio, la genealogía del intuicionismo apunta más bien a Kant, lo cual no deja de admirar, porque la aptitud matemática del filósofo de Königsberg era bastante mediocre.[5] Pero tal vez pueda entenderse la atribución por su insistencia en que el conocimiento matemático es un *conocimiento obtenido por construcción* de conceptos, mientras que el *filosófico* es un *conocimiento racional derivado de conceptos*. ¿En qué estriba el mecanismo de la "construcción" de un concepto? Como explica en la *Crítica de la razón pura,*

> *Construir* un concepto significa presentar la intuición a priori que le corresponde. Para construir un concepto hace falta, pues, una intuición no *empírica* que, consiguientemente, es, en cuanto intuición, un objeto *singular*, a pesar de lo cual, en cuanto construcción de un concepto (representación universal), tiene que expresar en su representación una validez universal en relación con todas las posibles intuiciones pertenecientes al mismo concepto. (A 713, B741).[6]

Así pues, ¿todo lo que la filosofía ofrece a los matemáticos comprometidos con la fundamentación de su ciencia es plantear un dilema entre el logicismo racionalizante de Leibniz y el intuicionismo apriorizante de Kant? La oferta resulta demasiado pobre y sobre todo demasiado estrecha. Una parte muy considerable de los matemáticos, incluso los actuales, tiran por la calle del medio y prefieren ponerse directamente bajo el patrocinio de Platón:[7] sostienen que las entidades matemáticas tienen realidad propia e independiente, y que la mente humana, al menos la de

---

5) He tratado de este asunto, entre otros lugares, en "El cartesianismo de Kant", *Enrahonar* (1999): 47-58.
6) Traducción de P. Ribas.
7) Cf. Roger Penrose, *La nueva mente del emperador* (Madrid: Mondadori, 1991), 157; G.H. Hardy, *Apología de un matemático,* (Madrid: Nivola, 1999), 114-5; 119.

los buenos geómetras, es capaz de acceder a ellas. Para la mayoría de los filósofos propuestas así resultan rechazables. La historia del pensamiento brinda no obstante otras alternativas. Por ejemplo, Descartes: en el *Discurso del método* recuerda la admiración que le producían los consensos unánimes de los matemáticos frente a las eternas peleas sin resolver de los metafísicos. Admiración teñida de contrariedad porque tan deslumbrantes destellos sólo iluminaran verdades bien poco trascendentes, referidas a los números y las figuras en el espacio:

> Gustaba, sobre todo, de las matemáticas, por la certeza y evidencia que poseen sus razones; pero aún no advertía cuál era su verdadero uso, y pensando que sólo para las artes mecánicas servían, extrañábame que, siendo sus cimientos tan firmes y sólidos, no se hubiese construido sobre ellos nada más levantado.[8]

De ahí la idea verdaderamente fascinante de una *mathesis universalis* capaz de dar respuestas definitivas a las preguntas más importantes. Este filósofo —y desde luego no fue el único caso— *envidiaba* la evidencia de las razones matemáticas, pero *despreciaba* los estrechos márgenes objetivos que parecían ceñirlas. La ecuación perfecta igualaría la profundidad de su rigor con la amplitud de unos horizontes ilimitados. Solución típica, por otro lado, de un racionalista que creía en la existencia dentro del alma humana de ciertos "*semences de veritez*"[9] que cebarían la bomba del saber omniabarcante. La matemática convencional sólo constituiría una primicia.

Sin embargo, la presencia de ideas innatas en la mente es discutible y problemática. También lo es la de *intuiciones puras,* como propugnaba Kant. Ello anima a volver de nuevo la atención hacia Aristóteles. Sabemos que la fórmula ganadora en el despegue del pensamiento moderno combinaba empirismo físico con racionalismo matemático. De ahí nació la

---

8) Cf. Descartes, *Discours de la Méthode,* en *Oeuvres*, A. T., VI, 7-8, trad. de M. García Morente.
9) Cf. Descartes, en *Oeuvres*, A. T., VI, 64.

nueva ciencia, canónicamente definida por la praxis newtoniana, aunque quienes tuvieron la misión profética de anunciarla fueron Copérnico y, de un modo del todo explícito, Galileo, en un archiconocido pasaje del *Saggiatore*:[10]

> La filosofía se halla escrita en aquel amplio libro que tenemos abierto para siempre ante nuestros ojos, me refiero al universo; pero no puede ser leído hasta que no hayamos aprendido el lenguaje y nos hayamos familiarizado con los caracteres en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, y las letras son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin cuya mediación es humanamente imposible comprender ni una sola palabra.[11]

Ahora bien, si la naturaleza es un libro escrito en lenguaje matemático, ¿en qué lenguaje está escrito el libro del hombre y el libro de Dios? ¿O tal vez falla por completo la metáfora bibliófila cuando estudiamos realidades que van más allá de lo cósmico? El propio Galileo ni siquiera pretendió agotar la física con el paradigma geométrico, puesto que confesó su impotencia para resolver las cuestiones que Aristóteles denominaba del *por qué*: sólo el *qué* de la realidad mundana podría descifrarse con su mediación. Algunos seguidores tempranos de Newton sí creyeron en la posibilidad de extender el modelo desde la física matemática hasta una metafísica igualmente matemática. Así lo manifiesta el ambicioso título del libro que publicó John Craige en 1699: *Principios matemáticos de teología cristiana*.[12] No obstante, la mayor parte de los newtonianos, desde Derham hasta Paley, optaron más bien por una

10) "La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer il caratteri, ne'quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è imposibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto". Galilei, (*Opere*, VI), 232.
11) Trad. de R. Carbo.
12) Cf. Richard Nash, *John Craige's Mathematical Principles of Christian Theology* (Carbondale & Edwardsville: S.I.U.P., 1991).

teología física:[13] al entrar en los predios de la metafísica abandonaban la muleta matemática y se basaban en meras extrapolaciones de la física conjugadas en clave moralizante: la experiencia sensible sería la fuente tanto de la física como de la metafísica, mientras que el complemento matemático usado por la física tendría que ser reemplazado, al pasar a la metafísica, por un teleologismo antropomórfico. No fue necesario esperar a que Darwin desbaratara la mayor parte de los argumentos físico-teológicos para descartar esta solución: Leibniz ya había advertido sus debilidades en la controversia que entabló con Clarke.[14]

3. Volver a Kant y volver a Aristóteles

En resumidas cuentas, la incorporación de la matemática al *corpus* doctrinal e instrumental de la vieja filosofía acarreó una depreciación general de la experiencia por parte de los autores racionalistas. A su vez, los valedores del empirismo tendían, bien a soltar lastre metafísico, bien a introducir una neta separación entre física y metafísica, bien, por último, a reconocer algún tipo de disparidad formal entre el proceder del físico y el del metafísico. Con Immanuel Kant el proceso desemboca en una ruptura, acaso definitiva, de la unidad del saber. De acuerdo con su propuesta, la lógica es una ciencia cerrada y abstracta, que sirve para fundamentar los juicios analíticos; la matemática y la ciencia natural pura son saberes abiertos por contener juicios sintéticos a priori; la metafísica, guardando cierto paralelismo con la lógica, sería una ciencia cerrada y sin sustantividad propia: se encargaría de certificar la existencia de juicios sintéticos a priori en la matemática y la física. Gustos personales aparte, lo malo de la presunta "solución" kantiana es que vaciaba la metafísica de contenido propio, pero sobre todo que no consiguió el asentimiento de los

13) Cf. William Derham, *Physico-Theology or a Demonstration of the Being and Attributes of God, from his Works of Creation* (London: Innys, 1713); William Paley, *Natural Theology, or Evidences of the Existence and Attributes of the Deity collected from the Appearances of Nature* (London: Wilks and Taylor, 1803).
14) Cf. *La polémica Leibniz-Clarke* (Madrid: Taurus, 1980).

entendidos para su fundamentación de la física y la matemática. En estas condiciones, de la misma manera que en su momento Otto Liebmann proclamó la necesidad de "volver a Kant" (*zurück zu Kant*),[15] creo que lo que ahora se impone es "volver a Aristóteles" (perdónenme que no lo diga en griego, pero mi conocimiento de esta lengua es aún más sumario que el de la alemana).

¿Por qué volver a Aristóteles? Porque es el único entre los grandes que propone la experiencia como fuente común de todas las partes de la filosofía —que en su semántica equivale al conjunto de los saberes racionales sustantivos— y el único que propone un modelo integrado de conocimiento dotado de unidad orgánica. En el libro VI de la *Metafísica* lo expone sin equívocos:

> Y, si hay algo eterno e inmóvil y separado, es evidente que su conocimiento corresponde a una ciencia especulativa, pero no a la física (pues la física trata de ciertos seres movibles) ni a la matemática, sino a otra ciencia anterior a ambas. Pues la física versa sobre entes separados, pero no inmóviles, y algunas ramas de la matemática, sobre entes inmóviles, pero sin duda no separables, sino como implicados en la materia. En cambio, la ciencia primera versa sobre entes separados e inmóviles. […] Por consiguiente, habrá tres filosofías especulativas: la matemática, la física y la teología […] Así, pues, las especulativas son más nobles que las otras ciencias, y ésta, más que las especulativas. (*Metafísica*, VI, 1, 1026a).[16]

Manteniendo la conveniente distancia del texto para estar al abrigo de distingos filológicos de grano fino, disputas sobre traducción, etc., etc., creo que es legítimo sacar como consecuencias:

Primero: Aristóteles distingue las ciencias por sus objetos, no por las facultades cognitivas que involucran ni el "tipo de racionalidad" que ejercen.

15) Cf. Otto Liebmann, *Kant und die Epigonen* (Stuttgart: Carl Schober, 1865).
16) Véase en el mismo sentido: *Metafísica* XI, 9, 1064a-1064b.

Segundo: Establece entre ellas relaciones que autorizan hablar de continuidad, y plantea la exigencia de completitud, puesto que la idea de la filosofía primera dentro del esquema nace de la comprobación de que las otras dos no agotan el catálogo de entidades existentes.

Esto último queda particularmente subrayado cuando agrega muy poco después:

> Pues bien, si no hay ninguna otra sustancia aparte de las constituidas por la naturaleza, la física será ciencia primera; pero, si hay alguna sustancia inmóvil, ésta será anterior y filosofía primera, y universal precisamente por ser primera; y a ésta corresponderá considerar el ente en cuanto ente, su quididad y las cosas que le son inherentes en cuanto ente. (*Metafísica,* XI, 2, 1026a-b).

Así pues, la *cuestión de hecho* de que haya o no tales y cuales entes determina la diferencia entre una ciencia y otra, y no el tipo de juicios que contienen o la clase de abstracción que ejerce el entendimiento para definir sus conceptos. Tal vez me excedo a la hora de extraer corolarios, pero diría que en Aristóteles el mapa del conocimiento quiere ser un trasunto del mapa del ser, de manera que sus provincias son las de la realidad, y no las de las funciones cognitivas o de la espontaneidad del sujeto cognoscente. Como ya advertí al principio, estamos en un contexto de filosofía *realista,* más o menos en las antípodas del giro copernicano que Kant pretenderá imprimir al pensamiento.

4. La lógica, como saber propedéutico

Con ser todo esto importante, a mi juicio el principal acierto de Aristóteles se encuentra en el estatuto que confiere a la lógica. Bien es cierto que en todo el *corpus* no se aborda la cuestión de si se trata de una ciencia o un arte,[17] pero hay textos que apuntan con claridad a considerarlo un saber propedéutico:

17) Cf. Joseph M. Bochenski, *Historia de la lógica formal* (Madrid: Gredos, 1967), 57.

> Y, en cuanto a los intentos de algunos que dicen acerca de la verdad de qué manera es preciso recibirla, se deben a su ignorancia de los analíticos. Es preciso, en efecto, llegar a la investigación sabiendo previamente acerca de éstos, y no aprenderlos mientras se investiga (*Metafísica,* IV, 3, 1005b).

O sea: separa la lógica de las partes con contenido específico de la filosofía y la convierte en “órganon” o instrumento universal de todas ellas, teoría y práctica de la inferencia pura, mecanismo por antonomasia de la razón deductiva, no siendo patrimonio exclusivo de ninguna disciplina. En cierto modo, su separación respecto a la filosofía teórica y práctica se puede interpretar como un nuevo caso de disección hilemórfica, donde lo lógico se comportaría como forma y lo filosófico como materia. Cabría incluso estirar la analogía y deducir que la lógica aporta el rigor de una racionalidad en acto, mientras que la filosofía se nutre de aportaciones empíricas cuya inteligibilidad sólo está en potencia, potencia que debe ser actualizada ulteriormente por los mecanismos cognitivos que aportan los primeros principios y los principios inmediatos, es decir, las definiciones.[18] Al adoptar esta perspectiva se evidencia una vez más la relatividad de la distinción materio-formal,[19] puesto que en otro sentido hay mucho de forma, de acto, de determinación, en aquello que deja a un lado la eliminación indiscriminada de todo lo que no sea pura forma lógica. Uno tiene la impresión de que muchos escoliastas a lo largo de los siglos sucumbieron a la tentación de absolutizar el hilemorfismo, y con ello malograron una de sus mejores virtualidades: la oportunidad de conseguir una síntesis equilibrada entre racionalismo y empirismo. Pero si el

---

18) Cf. Aristóteles, *Analíticos Segundos,* en *Tratados de Lógica (Órganon) II* (Madrid: Gredos, 1995), 303-304.
19) “Para comprender este punto hay que partir de una constatación referida a los conceptos aristotélicos de materia y forma. Se trata aquí no sólo de conceptos relativos y complementarios, que remiten el uno al otro, sino también de conceptos de alcance funcional, que pueden aplicarse de modo iterativo en diferentes niveles de análisis: lo que en un determinado nivel de análisis provee la materia para una forma puede ser considerado a su vez, en un nivel de análisis diferente, como un objeto compuesto con su propia forma y su propia materia”. Alejandro G. Vigo, *Aristóteles. Una* introducción (Santiago de Chile: Instituto de Ciencias de la Sociedad, 2007), 79.

procedimiento encerraba peligros, tampoco eran nimias las ventajas que poseía, y por eso tiene sentido proclamar un “*zurück zu”* Aristóteles. Para mi gusto, su mejor rendimiento es que permite combinar la “epistemología del rigor” con la “epistemología del riesgo”. Para contemplar esta nueva distinción —que no es aristotélica, aunque se inspira en su filosofía— conviene tener en cuenta los tres conceptos fundamentales que sostienen la comprensión de cualquier proceso cognitivo: *verdad*, *evidencia* y *certeza*. La verdad constituye la más decisiva condición de posibilidad de todo ejercicio intelectual: es algo que se busca y que por tanto al principio no se posee. A la verdad se llega —si las cosas salen bien— y antes de alcanzarla se encuentra en las cosas mismas cuyo conocimiento buscamos. El modelo aristotélico de verdad como adecuación implica que la verdad hunde sus raíces en la ontología y sólo de modo derivado aflora en la gnoseología. Es factible descubrir la verdad porque las cosas que conocemos *son verdaderas.* Los procesos verificativos nada les aportan; somos *nosotros,* los cognoscentes, quienes nos enriquecemos a su costa. No obstante, para ello han de pasar por el aro de la subjetividad y convertirse en objetos de la mirada inquisitiva. Ahí justamente es donde evidencia y certeza encuentran sus fueros. La *evidencia* es la condición de posibilidad objetiva de un conocimiento perfecto; la certeza, su condición de posibilidad subjetiva. Cuando todo funciona como una máquina bien engrasada y sin fallos, consigo estar subjetivamente seguro, poseo la *certeza* de la *verdad* de mi conocimiento. En otras palabras, sé que trasciende los límites de mi mundo interior hasta inherir “ahí fuera”, donde fácilmente el éxito puede confundirse con el fracaso, sobre todo si carecemos de *evidencias*, esto es, de garantías objetivas para avalar el puente tendido hacia el exterior del yo. Una epistemología planteada en función de la verdad no tratará de convertir en necesario lo que en sí mismo es contingente. Tampoco exigirá evidencias más fuertes que las alcanzables, ni disimulará sus dudas con falsas convicciones. Sobre todo, no definirá *a priori* el tipo de pruebas y/o certezas que va a manejar. Su temple será posibilista: intentará adquirir las mejores evidencias y las mayores certidumbres *que pueda permitirse,* pero en modo alguno consentirá que sus apuestas por la verdad estén en función de éstas, sino al revés: la suya es una epistemología del riesgo, en la que se intenta minimizar el riesgo del error, sin barrerlo debajo de la alfombra con la escoba de un falso rigor.

5. Aristóteles y la epistemología del riesgo

Muy pocos representantes del racionalismo, tanto dogmático como crítico, han tenido el coraje de apostar por la epistemología del riesgo. En cambio, hay razones de peso para considerar que Aristóteles no estuvo lejos de practicarlo. Un texto clave de los *Analíticos Segundos* diferencia entre la necesidad de la verdad que se enuncia y la necesidad de sus trasuntos objetivos y subjetivos:

> Es difícil conocer si se sabe o no. En efecto, es difícil conocer si sabemos a partir de los principios <propios> de cada cosa o no: lo cual es precisamente el saber. Creemos que, si tenemos un razonamiento basado en algunas cosas verdaderas y primeras, sabemos (76a).

Insensato será quien se conforme con principios secundarios y/o inapropiados, cuando tiene a su alcance principios más primarios y adecuados. Pero tampoco sería de recibo exigirlos de esta última clase cuando no hay modo de procurárselos. En todo caso, la praxis que recomienda Aristóteles consiste en coleccionar afirmaciones que se cumplen siempre y, cuando no las hay, conformarse con las que se verifican *la mayor parte de las veces:*

> En efecto, lo que resulta del azar, ni es necesario, ni <se da> la mayor parte de las veces, sino que se produce al margen de esos <tipos de> hechos; en cambio, la demostración <versa> sobre uno de los dos <tipos>. En efecto, todo razonamiento se hace mediante proposiciones necesarias o mediante proposiciones <que se dan> la mayor parte de las veces; y, si las proposiciones son necesarias, también lo es la

> conclusión, si las proposiciones se dan la mayor parte de las veces, también la conclusión (87b).

Tal vez se me objete que no es difícil espigar textos aristotélicos en aval de esta interpretación, pero igualmente se podrían alegar otros que por lo menos la cuestionarían. Acepto que pueda ser el caso; más aún, creo que de hecho lo es, lo cual ante todo va en detrimento de la coherencia del propio pensamiento aristotélico o de la calidad de las fuentes que nos lo han transmitido. Por otra parte, tampoco es trágico que cada cual pueda encontrar *su* Aristóteles descartando otros posibles, puesto que no debiera en ningún caso plantearse un diálogo a dos entre filósofo e intérprete, sino una confrontación trilateral que interesa también a los problemas que ambos intentan resolver. El hecho de haber abstraído la lógica de la abigarrada racionalidad que practicaban los presocráticos, permite disipar un espejismo que les hizo creer en el alcance universal de la epistemología del rigor. Aristóteles apunta a la distinción entre las ciencias formales y las que se ocupan de realidades que trascienden al acto de conocer. En las primeras prima la epistemología del rigor, porque en ellas el sujeto cognoscente solo ha de bregar consigo mismo, con acciones que le son inmanentes. En las otras no hay otra alternativa practicable que la epistemología del riego.

6. La matemática, ¿ciencia teórica o saber propedéutico?

Al llegar aquí, sin embargo, encontramos una circunstancia perturbadora, que atañe precisamente a la matemática. Voy a seguir un protocolo que sería pésimo si esto fuera un trabajo de historia del pensamiento: diré en primer lugar *lo que Aristóteles debiera haber hecho,* para contrastarlo después con lo que *realmente hizo.* Pues bien: hubiera evitado muchos quebraderos de cabeza otorgar a la matemática un estatuto semejante al de la lógica. En otras palabras, debió convertirla también en *órganon*, por supuesto no en calidad de propedéutica universal, como la lógica, sino a título de instrumento especializado allí donde la categoría de *cantidad* adquiere relevancia.[20] ¿Y cómo podría haberlo conseguido? Bueno, no hubiese sido después de todo tan difícil: de la misma manera que la lógica resulta de abstraer en el uso del lenguaje natural todo y sólo lo que tiene que ver con el establecimiento de inferencias, es decir, de correlaciones entre la verdad de unas expresiones (convertidas en premisas) y la de otras (transformadas *eo ipso* en conclusiones), también cabe convertir la matemática en un extracto de la inferencias que median entre expresiones lingüísticas referidas a cantidades, números, figuras, matrices, tensores o cualquier otra entidad definida como propia por la matemática en algún momento de su evolución. Y así como se reconoce que la lógica está vacía de los contenidos semánticos propios de las entidades lingüísticas normalmente asociadas a las relaciones inferenciales, del mismo modo las matemáticas (estimo que es una feliz circunstancia que el nombre de esta ciencia se flexione con tanta frecuencia en plural) están libres de cualquier contenido en el ámbito circunscrito por la definición de su objeto. Dicho de otro modo: el matemático sólo se ocupa de excluir lo inconsistente o contradictorio; todo lo que es posible dentro de su ciencia también es aceptable. Puede colegirse que, de entre las corrientes dominantes de la filosofía de las matemáticas, me sitúo próximo del *formalismo* de Hilbert. También creo que hacia él debiera haber apuntado el aristotelismo. Sin embargo, he reconocido que su fundador no efectuó la equiparación epistémica que aconsejo. Y no la llevó a cabo porque situó la matemática *fuera del organon* y dentro de las ciencias filosóficas sustantivas, junto a —mejor dicho, *entre*— la física y la metafísica. Ahora bien, hay por lo menos un indicio importante de que *sí podría haber ido por ahí,* de haber sacado las

20) Hoy en día no sería justo identificar lo matemático y lo cuantitativo, pero dejaré ese punto para otra ocasión.

oportunas consecuencias a la siguiente afirmación de los *Analíticos Segundos*:

> Ahora bien, la demostración no se puede aplicar a otro género, a no ser, como ya se ha dicho, los <principios> geométricos a las cuestiones mecánicas u ópticas, y los aritméticos a las armónicas (76a).

Esta "aplicación" de los principios de una ciencia a los problemas de otras convierte a la primera en *órganon* de las segundas. Parece incongruente que ello no afecte a la especificidad de la ciencia instrumentalizada, que como mínimo debiera abrir un hueco para acoger los contenidos de la disciplina a la que sirve. Es algo que lograría mucho mejor si consiguiera desprenderse de lo privativamente suyo.

7. El problema de la matemática aplicada

El problema que sale aquí a relucir es de la *matemática aplicada,* que ya en tiempo de Claudio Ptolomeo desembocó en la separación entre las funciones del matemático y las del filósofo. Según la fórmula atribuida por Simplicio al mismísimo Platón,[21] cuando aquél fija su mirada en el mundo real se limita a "salvar los fenómenos". En cambio, al físico-filósofo le corresponde en exclusiva la tarea de encontrar la verdad del universo.[22] El motivo próximo de esta ruptura epistémica fue la dificultad para interpretar en clave realista la teoría ptolemaica, por estar basada en combinaciones de esferas excéntricas que no admitían ser encapsuladas unas dentro de otras. Esta astronomía sólo se impuso en el siglo II después de Cristo. Aristóteles no tuvo que enfrentarse a un inconveniente parecido, porque en su tiempo el modelo corrientemente aceptado se basaba en agrupaciones de esferas concéntricas, aptas para ser encerradas unas dentro de otras

21) "Platón admite en principio que los cuerpos celestes se mueven con un movimiento circular, uniforme y constantemente regular; entonces propone a los matemáticos el siguiente problema: ¿Cuáles son los movimientos circulares y perfectamente regulares que conviene tomar como hipótesis a fin de que se puedan salvar las apariencias presentadas por los astros errantes?" Simplicio, *In Aristotelis libros de Caelo commentarii,* lib. II, cap. XII.
22) Cf. Pierre Duhem, *Sōzein ta phainomena: essai sur la notion de théorie physique de Platon a Galilée* (Paris: Hermann, 1908).

como si fueran muñequitas rusas. Incluso se permitió postular una serie de esferas compensadoras para aumentar la verosimilitud del conjunto resultante (*Metafísica,* XII, 8, 1073b-1074a). Habida cuenta de ello, ¿por qué no completar el vaciamiento de la matemática para transferirla al campo de los saberes instrumentales? Así habría conseguido clarificar enormemente las relaciones entre física y filosofía primera o metafísica, eliminando la interposición de una ciencia como la matemática, que comparte según Aristóteles con la metafísica la inmovilidad de su objeto, pero que difiere tanto de ella como de la física por no considerar entes separados. Su presencia en medio de la tabla de ciencias filosóficas no sólo supone una interpolación de una ciencia consagrada a los accidentes entre las que se ocupan de las sustancias, sino que atenta contra la unidad interna de la propia física, desdoblándola prácticamente en tres: Primero, la consideración de la dimensión sustancial de las sustancias materiales; segundo, el estudio de sus propiedades accidentales desde el punto de vista de la cantidad; tercero la atención a las restantes categorías accidentales. Todo ello conduce a los intrincados laberintos que escolásticos tardíos, como Jacques Maritain, acabarían urdiendo.[23] Cuando además se combinan con la doctrina de los grados de abstracción, las subidas y bajadas por el árbol del saber pueden llegar a ser verdaderamente inverosímiles.[24]

Si tantos son los inconvenientes y tan pocas las ganancias, ¿por qué —insisto— introdujo Aristóteles una tabla de saberes tan poco acorde con el espíritu de su filosofía? No estoy en condiciones de aclararlo por vías filológico-evolutivas, de manera que esbozaré una propuesta especulativa. Creo que estamos ante un caso especial en que Aristóteles fue más amigo de Platón que de la verdad. Su clasificación de las ciencias tiene, en

23) Cf. Jacques Maritain, *Filosofía de la Naturaleza* (Buenos Aires: Club de Lectores, 1967), 52-4; 134-7.
24) Cf. Jacques Maritain, *Distinguir para unir o los grados del saber* (Buenos Aires: Club de Lectores, 1978), 98-103.

efecto, un sabor inequívocamente platónico. Jaeger confirma que: "adopta la división tripartita de la filosofía teórica de la Academia y la colocación que ésta hacía de la matemática entre la ontología y la física."[25] No fue una concesión menor. Destronadas las ideas del reino de la metafísica, poblaron el de la matemática, y su presencia allí impidió descargar aquella ciencia de contenido sustantivo propio, y concebirla como lo que verdaderamente es: una exploración de los mundos posibles, poniendo ante los ojos del ontólogo el repertorio de soluciones viables entre las que deberá elegir. Si la *biblioteca de Babel* de Borges contenía *todos los libros posibles*, la lógica enseña todas las combinaciones de signos del lenguaje natural coherentes dentro de un determinado orden y lo mismo hace la matemática con los signos del lenguaje que le es propio.

8. Los motivos de una decisión teórica errónea

Una y otra vez resurge el mismo interrogante. Supuesto que un formalismo abstracto fuera la filosofía de la matemática que mejor cuadraba con el espíritu del sistema aristotélico, ¿por qué no acabó de desembarazarse de la tendencia platonizante a sustantivar lo más específico del punto de vista matemático? Sin duda 20 años de aprendizaje en la Academia y la amistad del eximio matemático Eudoxo de Gnido tuvieron que pesar mucho, y más teniendo en cuenta que la atención de Aristóteles nunca estuvo centrada en las matemáticas. Una buena parte de la *Metafísica* (los capítulos 5 y 6 del libro I, el 4 del libro XI, los 2, 3, 6 y 8 del XIII y los 3, 4, 5 y 6 del XIV) están consagrados no tanto a la refutación de la teoría platónica de las ideas en su vertiente matemática, como a polemizar contra las doctrinas pitagóricas que convertían los números y figuras geométricas en sustancias elementales, *archai* de la realidad cósmica. Tampoco debe olvidarse que el *Timeo,* obra

25) Cf. Werner Jaeger, *Aristóteles. Bases para la historia de su desarrollo intelectual* (México: F.C.E., 1983), 249.

platónica de vejez, despliega una explicación de los cuatro elementos por medio del acoplamiento de triángulos.[26] Aristóteles tuvo que asistir a su elaboración y participar en las discusiones que suscitó. Hay por tanto un giro en el último Platón que lo aproxima a la ontología pitagórica aún más que en el periodo anterior. Se entiende que el esfuerzo principal del de Estagira fuera combatir la ontología del realismo matemático antes que eliminar sus secuelas gnoseológicas. De hecho, para dar carpetazo al largo contencioso propone una triple solución salomónica: otorgar a la metafísica la prioridad en el orden del ser; a la física, en el orden del conocer; a la matemática, en el orden lógico:[27]

> Pero las líneas, ¿cómo han de ser sustancias? No pueden serlo, en efecto, como una especie o forma, como lo es sin duda el alma, ni como materia, como lo es el cuerpo; pues no parece que haya nada que pueda componerse de líneas ni de superficies ni de puntos, y, si fueran una sustancia material, veríamos cosas capaces de tal composición. Sean, pues, anteriores en cuanto al enunciado; pero no todas las cosas que son anteriores en cuanto al enunciado son también anteriores en cuanto a la sustancia. […] Así pues, queda suficientemente explicado que las cosas matemáticas ni son sustancias en mayor grado que los cuerpos ni son anteriores a las cosas sensibles en cuanto al ser, sino tan solo en cuanto al enunciado, ni es posible que existan separadas (1077a-b).

Esa dudosa prerrogativa de ser anteriores "en cuanto al enunciado" corrobora la decisión de seguir manteniendo la clasificación platónica de las ciencias y dejar ubicada la matemática precisamente entre la física y la filosofía primera. Considero que lo hizo por cansancio especulativo: tras luchar a brazo partido en el terreno de la ontología con las corrientes intelectuales que habían nutrido su vocación filosófica, se comprende que aflojara la tensión polémica en el de la gnoseología. No obstante, desde muchos puntos de vista la componenda resultó catastrófica, porque frustró

26) Cf. *Timeo,* 53a-55d.
27) Sobre la distinción entre estos tres tipos de prioridad, véase: Alejandro G. Vigo, *Estudios aristotélicos* (Pamplona: Eunsa, 2006), 55-85.

la posibilidad de consumar la distinción entre ciencias formales (lógica y matemáticas) por un lado y ciencias con contenido sustantivo (física y metafísica) por otro. Tal distinción era imperativa para aglutinar como es debido experiencia y razón, es decir, para conseguir una sana interacción entre empirismo y racionalismo. La maduración de la epistemología del riesgo hubo de aguardar más de dos mil años hasta que, de la mano de Newton, fue introducida en el campo de la física, y todavía estamos esperando que algo equivalente ocurra con el resto de las ciencias filosóficas. Es llamativo cómo se mezclan indiscriminadamente en los *Analíticos Segundos* ejemplos tomados de la aritmética o la geometría y otros extraídos de la biología. La limpidez y evidencia de los unos acaban abrumando la comparativa ambigüedad e incertidumbre de los otros, de manera que, a despecho de la preferencia otorgada al ser de las cosas sobre el acceso cognitivo a ellas, la epistemología aristotélica acaba derivando cada vez más y más hacia la epistemología del rigor. De acuerdo con el dictamen de Alejandro Vigo:

> En todo caso, siguiendo aquí las tendencias operantes ya en la caracterización platónica de la ciencia (*epistéme*), por oposición a la mera opinión o creencia (*dóxa*), el propio Aristóteles afirma expresamente que las conclusiones establecidas por medio de las demostraciones científicas genuinas han de tener necesariamente el carácter de verdades necesarias y eternas. Tampoco puede ponerse seriamente en duda el carácter esencialmente fundacionalista de la concepción epistemológica de Aristóteles, que constituye incluso el primer y más sofisticado ejemplo en la Antigüedad clásica de un modelo axiomático descripto como tal en el plano metateórico, un modelo axiomático que, a diferencia de lo que es habitualmente el caso en la axiomática moderna, exige la verdad y la necesidad de sus propios puntos de partida.[28]

28) Alejandro Vigo, *Aristóteles,* 50.

La recaída en los vicios del aprorismo racionalista llega incluso a cuestionar a algunas señas de identidad teórica que se juzgarían irrenunciables. Según el criterio de Joseph Moreau:

> Para fundar la certidumbre de la ciencia, la necesidad y la universalidad de sus leyes, el empirismo aristotélico invoca finalmente la intuición intelectual, ya aporte los principios de la representación matemática de los objetos, ya descubra los principios de la organización universal, las esencias de los seres naturales.[29]

9. Indicios de síntesis en la matemática

En descargo de Aristóteles —si verdaderamente necesitara ser descargado de responsabilidad por alguien como yo— hay que decir que junto a la presión ejercida por la corriente platónico-pitagórica en la que él mismo se había formado, existía una especie de *factum* de la razón que abogaba con fuerza en pro del carácter “sintético” de la matemática: la aparente unicidad de los modelos aritméticos y —sobre todo— geométricos disponibles. La distinción, por ejemplo, entre espacio físico y espacio matemático va más allá de las posibilidades del mundo griego. Sólo cuando en la Modernidad se desarrolle la teoría de los números complejos, o de los cuaternios de Hamilton, y especialmente cuando a partir de Saccheri y Gauss se descubran las geometrías no euclidianas, empezará a verse con claridad que no hay un único mundo matemático posible, y que por tanto sería un craso error identificar sin más cualquiera de ellos con el “real”. De hecho, Kant también quedó ofuscado por la índole a primera vista sintética de esta ciencia. No obstante, si Aristóteles hubiese tenido la oportunidad de conocer la obra de Euclides, las discusiones sobre estos asuntos a lo mejor habrían empezado con dos milenios de antelación. En efecto: el segundo postulado del primer libro de los elementos prescribe “prolongar por continuidad en línea recta una línea

29) Joseph Moreau, *Aristóteles y su escuela* (Buenos Aires: Eudeba, 1972), 173.

delimitada."[30] Es imposible trasladar esta propiedad del espacio euclidiano al espacio aristotélico: aquél es plano e ilimitado; éste curvo y finito. La disonancia sugiere de inmediato una distinción entre el espacio matemático y el espacio físico y hace casi obligada la pregunta acerca de la relación entre ambos y la unicidad del primero. Cuando Gauss se puso a medir los ángulos del triángulo más gigantesco que pudo definir para ver si sumaban 180 grados como quería Euclides, o bien más o menos, estaba tratando de responder a una pregunta que un aristotélico con aficiones matemáticas (especie por desgracia no muy abundante) podría haberse formulado en el siglo III antes de Cristo. Es una pena que esa parte de la herencia intelectual de la Academia (me refiero al interés por números y figuras) fuera a parar toda ella fuera del Liceo.

Añadiré una última observación. He defendido que la filosofía de las matemáticas más en armonía con un aristotélico radicalmente "desplatonizado" es el formalismo hilbertiano. También aludí a la hipoteca que los descubrimientos de Kurt Gödel supusieron para Hilbert, como para Russell. Llevando un punto más allá la especulación que me ha traído hasta aquí, diría que al menos hay en Aristóteles una sugerencia útil para superar el trance. No es otra que la célebre caracterización de la inteligencia suprema como *nóesis noéseos*, saber de sí, pensamiento que retorna convirtiéndose en principio de su propia actividad: "Por consiguiente, se entiende a sí mismo. Puesto que es lo más excelso, y su intelección es intelección de intelección" (*Metafísica*, XII, 9, 1074b). Sería imprudente exportar estos sublimes puntos de vista a otros contextos, pero no deja de ser llamativo que lo más característico de la prueba de Gödel y de otros teoremas de limitación interna de los formalismos fuerce de alguna manera las fronteras que separan la sintaxis de la semántica y acaben hablando de sí aún sin trascender los límites del algoritmo que

30) Euclides, *Elementos de geometría*, vol I, ed. de J. D. García Bacca (México: UNAM, 1944), 11.

usan. La reflexividad de la conciencia, más que la simple recursividad de los lenguajes formales, es lo que faltaba por contemplar en los intentos que de alguna forma se vieron así truncados. No dejar de ser estimulante comprobar que el viejo Aristóteles supo entrever, aunque fuera en el capítulo teológico, ideas que señalaban precisamente esa dirección.

El autor ha realizado estudios de filosofía y física en las Universidades de Navarra y Complutense de Madrid. Es Doctor en Filosofía por la Universidad de Sevilla y catedrático en la misma universidad desde 1986. Fue becario Humboldt y profesor visitante en varias universidades alemanas, en París, San Juan de Puerto Rico, Mayagüez, Ciudad de México, Bogotá y Santiago de Chile. Es miembro de la Sociedad Leibniz de España y de la Escuela Contemporánea de Humanidades de Madrid. Se especializa en las relaciones entre filosofía, ciencia, religión y literatura. Ha fundado y dirigido tres revistas: Estudios Bibliográficos de Filosofía, Thémata, y Naturaleza y Libertad.

Recibido: 3 de octubre de 2017.

Aprobado para su publicación: 28 de noviembre de 2017.